SECOND DEGRÉ

I. Trinôme du second degré

1. Forme réduite
   L'expression $P(x)=ax^2+bx+c$ est appelé trinôme du second degré (en x) exprimé sous forme réduite.
2. Forme canonique
   en posant $\alpha=\frac{-b}{2a}$ et $\beta=P(\alpha)$ on obtient $P(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$. Cette expression est la forme canonique du trinôme ax^2+bx+c .
   Remarques :
   1) La représentation graphique d'un trinôme du second degré est une parabole dont le sommet est le point de coordonnées $(\alpha;\beta)$.
   2) On déduit de la forme canonique que si $a>0$, la fonction $x\rightarrow P(x)$ est décroissante sur $]-\infty;\alpha]$ et croissante sur $[\alpha;+\infty[$ Le contraire si $a<0$

II. Équation du second degré

1. Discriminant
   Le nombre b^2-4ac est appelé discriminant du trinôme ax^2+bx+c . On le note Δ .
2. Résolution
   La résolution de l'équation $ax^2+bx+c=0$ dépend du signe du discriminant.
   a. Si $\Delta<0$ l'équation $ax^2+bx+c=0$ n'a pas de solution.
   b. Si $\Delta>0$ l'équation $ax^2+bx+c=0$ a deux solutions distinctes :
   $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$. Ces valeurs sont appelées racines du trinôme. (ou de l'équation)
   c. Si $\Delta=0$ l'équation $ax^2+bx+c=0$ a une solution unique : $x=\frac{-b}{2a}$.

III. Factorisation et signe du trinôme

1. Factorisation
   a. Si $\Delta<0$ le trinôme ax^2+bx+c ne se factorise pas.
   b. Si $\Delta>0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$.
   c. Si $\Delta=0$, $ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$.
2. Signe
   a. Si $\Delta\leq0$ le trinôme ax^2+bx+c est du signe de a.
   b. Si $\Delta<0$ le trinôme ax^2+bx+c est du signe de a sur $]-\infty;x_1]$, du signe opposé à celui de a sur $[x_1;x_2]$ et du signe de a sur $[x_2;+\infty[$.
   c. En résumé : le trinôme ax^2+bx+c est du signe de a sauf entre les racines si elles existent.