SYSTEMES

I. Résolution

1. **Méthode par substitution**

   Il s'agit d'exprimer une inconnue en fonction de l'autre (des autres) dans une des équations et de substituer cette inconnue par l'expression obtenue dans l'autre (les autres) équation.

   Exemple $\begin{cases} x+2y-5=0 \\ 2x-5y-1=0 \end{cases}$ La première équation donne $x=-2y+5$ et une fois substitué dans la seconde on obtient :

   $2\times(-2y+5)-5y-1=0 \Leftrightarrow -9y+9=0 \Leftrightarrow y=1$ puis en remplaçant : $x=-2\times1+5=3$.

   Le couple (3;1) est donc la solution de ce système.

2. **Méthode par Combinaison linéaire**

   Il s'agit de multiplier l'une ou les deux équation par des nombres (non nuls) de telle sorte qu'en les ajoutant une des inconnues disparaisse.

   Exemple $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ x-y=-1 \end{cases}$ On multiplie la seconde équation par 2 et on obtient :

   $2x-2y=-2$ En faisant la somme avec la première équation on a : $5x=5$ ce qui donne $x=1$. En remplaçant dans la seconde équation on obtient : $1-y=-1$ qui donne $y=2$.

   Le couple (1;2) est donc la solution de ce système.

II. Interprétation graphique

1. **Équation de droite**

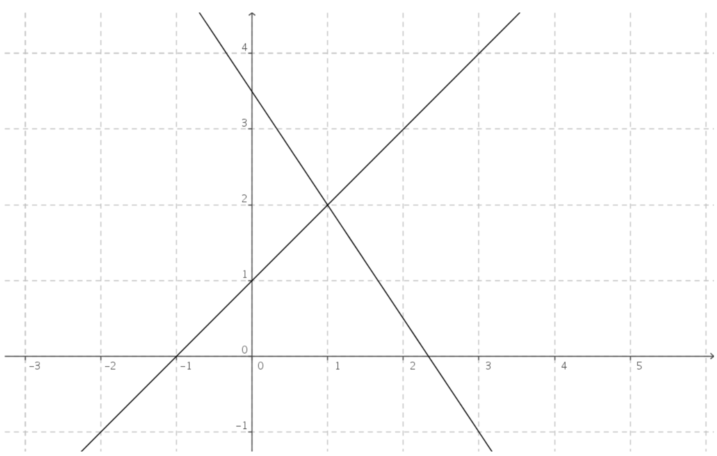
   Une équation à deux inconnues peut être interprétée comme une équation de droite

   Exemple : $3x+2y=7 \Leftrightarrow 2y=-3x+7 \Leftrightarrow y=-\frac{3}{2}x+\frac{7}{2}$

2. **Système**

   Résoudre un système revient a chercher le point d'intersection de deux droites.

   Exemple : Résoudre le système $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ x-y=-1 \end{cases}$ revient à chercher le point d'intersection des droites d'équations $y=-\frac{3}{2}x+\frac{7}{2}$ et $y=x+1$



III.Cas particuliers

1. En général, un système de deux équations à deux inconnues admet un unique couple solution.
2. Un système de deux équations à deux inconnues n'admet aucune solutions quand il correspond à l'intersection de deux droites strictement parallèles.
3. Un système de deux équations à deux inconnues admet une infinité de solutions quand in correspond à l'intersection de deux droites confondues. Dans ce cas les deux équations sont en fait équivalentes.

Exemple $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ -6x-4y+14=0 \end{cases}$ Si on procède par substitution ou par combinaison linéaires, on aboutira à une équation du type 0 = 0. La première équation donne $y=-\frac{3}{2}x+\frac{7}{2}$ donc l'ensemble des solutions de ce système est l'ensemble des couples (x ; y) tels que $y=-\frac{3}{2}x+\frac{7}{2}$.

IV.Systèmes à plus de deux inconnues

On résout un système de n équations à n inconnues en essayant de se ramener à un système de n-1 équation à n-1 inconnues. On peut pour cela procéder par substitution.

Exemple : $\begin{cases} x+2y=-7 \\ 5x-y+3z=0 \\ y-z=-1 \end{cases}$ La première équation donne $x=-2y-7$ et une fois substitué dans la seconde on obtient :

$$5\times(-2y-7)-y+3z=0 \Leftrightarrow -11y+3z-35=0 \ .$$

On a donc à résoudre le système : $\begin{cases} -11y+3z-35=0 \\ y-z=-1 \end{cases}$ Qui donne y = -4 et z = -3.

En remplaçant y par sa valeur dans la première équation on obtient x = 1. La solution de ce système est donc le triplet (1 ; -4 ; -3).

V. Systèmes d'inéquations

1. Inéquation linéaire à deux inconnues
   Une inéquation du type $ax+by>c$ (ou $ax+by<c$) est une inéquation linéaire à deux inconnue. L'ensemble de ses solution est représenté par l'ensemble des points de coordonnées (x,y) situé au dessus (ou en dessous) de la droite d'équation
   $ax+by=c$ (c'est-à-dire $ax+by=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$ si $b\neq 0$)
2. Systèmes
   Les solutions d'un système d'inéquations sont représentées par les points dont les coordonnées vérifient toutes les inéquations du système.
   Exemple : $\begin{cases} x\leq 3 \\ 3x-y\geq 2 \\ x+y\geq -1 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} x\leq 3 \\ y\leq 3x-2 \\ y\geq -x-1 \end{cases}$