

TRANSFORMATIONS

I. Homothéties

1. Définition

On appelle homothétie de centre O et de rapport k (k réel non nul) la transformation qui à tout point M associe le point M' tel que $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$.
remarque : cette définition est valable dans le plan comme dans l'espace.

2. Propriété

Si M et N ont pour images respectives M' et N' par une homothétie de rapport k , alors $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$.

Remarques : Une homothétie de rapport k est donc un agrandissement si $|k| > 1$ et une réduction si $|k| < 1$. Une homothétie de rapport -1 est une symétrie centrale.

3. Images des figures usuelles

Par une homothétie de rapport k :

- L'image d'une droite est une droite parallèle.
- L'image d'un plan est un plan parallèle.
- L'image d'un cercle de rayon r est un cercle de rayon $|k|r$.
- L'image d'une sphère de rayon r est une sphère de rayon $|k|r$.

4. Longueurs, aires et volumes

Par une homothétie de rapport k :

- Les longueurs sont multipliées par $|k|$.
- Les aires sont multipliées par $|k|^2$.
- Les volumes sont multipliés par $|k|^3$.

II. Propriétés générales des transformations.

1. Les propriétés suivantes sont vraies pour les symétries axiales, les symétries centrales, les translations, les rotations et les homothéties.

(On ne considère pas ici les symétries axiales et les rotations dans l'espace pour lesquelles la définition n'est pas une simple extension de celle du plan)

- Conservation de l'alignement et de la coplanarité.
- Conservation du parallélisme.
- Conservation des angles géométriques (non orientés).
- Conservation du milieu.

2. A l'exception des symétries axiales ces transformations conservent l'orientation des angles du plan.

3. A l'exception des homothéties ces transformations conservent les longueurs, les aires et les volumes.