SECOND DEGRÉ

I. Polynôme

1. Définition

   Un polynôme est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ de la forme :

   $P(x)=a_n x^n+.......+a_1 x+a_0$ (avec $a_n \neq 0$).

   n s'appelle le degré du polynôme P .

2. Racine

   Une valeur a telle que $P(a)=0$ est appelé racine du polynôme P .

II. Trinôme du second degré

1. Forme réduite

   L'expression $P(x)=ax^2+bx+c$ est appelé trinôme du second degré (en x) exprimé sous forme réduite. C'est donc un polynôme de degré 2.

2. Forme canonique

   en posant $\alpha=\dfrac{-b}{2a}$ et $\beta=P(\alpha)$ on obtient $P(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$. Cette expression est la forme canonique du trinôme ax^2+bx+c .

   Remarques :

   1) La représentation graphique d'un trinôme du second degré est une parabole dont le sommet est le point de coordonnées $(\alpha ; \beta)$.

   2) On déduit de la forme canonique que si $a>0$, la fonction $x \rightarrow P(x)$ est décroissante sur $]-\infty ; \alpha]$ et croissante sur $[\alpha ; +\infty[$ Le contraire si $a<0$.

III. Équation du second degré

1. Discriminant

   Le nombre $b^2-4\text{ac}$ est appelé discriminant du trinôme ax^2+bx+c . On le note Δ .

2. Résolution

   La résolution de l'équation $ax^2+bx+c=0$ dépend du signe du discriminant.

   a. Si $\Delta<0$ l'équation $ax^2+bx+c=0$ n'a pas de solution.

   b. Si $\Delta>0$ l'équation $ax^2+bx+c=0$ a deux solutions distinctes :

   $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\text{a}}$ et $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\text{a}}$. Ces valeurs sont donc les racines du trinôme.

   c. Si $\Delta=0$ l'équation $ax^2+bx+c=0$ a une solution unique : $x=\dfrac{-b}{2\text{a}}$.

IV. Factorisation et signe du trinôme

1. Factorisation
   a. Si $\Delta<0$ le trinôme ax^2+bx+c ne se factorise pas.
   b. Si $\Delta>0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$.
   c. Si $\Delta=0$, $ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$.
2. Signe
   a. Si $\Delta\leq 0$ le trinôme ax^2+bx+c est du signe de a.
   b. Si $\Delta>0$ le trinôme ax^2+bx+c est du signe de a sur $]-\infty;x_1]$, du signe opposé à celui de a sur $[x_1;x_2]$ et du signe de a sur $[x_2;+\infty[$.
   c. En résumé : le trinôme ax^2+bx+c est du signe de a sauf entre les racines si elles existent.