TRIGONOMÉTRIE

I. Angles orientés

1. Définition

   Un couple de vecteurs définit un angle orienté dont la mesure (en radians) n'est définie qu'à $2k\pi$ près, k étant un nombre entier quelconque. L'angle défini par $\vec{u}$ et $\vec{v}$ se note $(\vec{u},\vec{v})$.

   Remarque : Tout angle n'a qu'une mesure appartenant à l'intervalle $]-\pi;\pi]$. Cette mesure est appelée mesure principale.

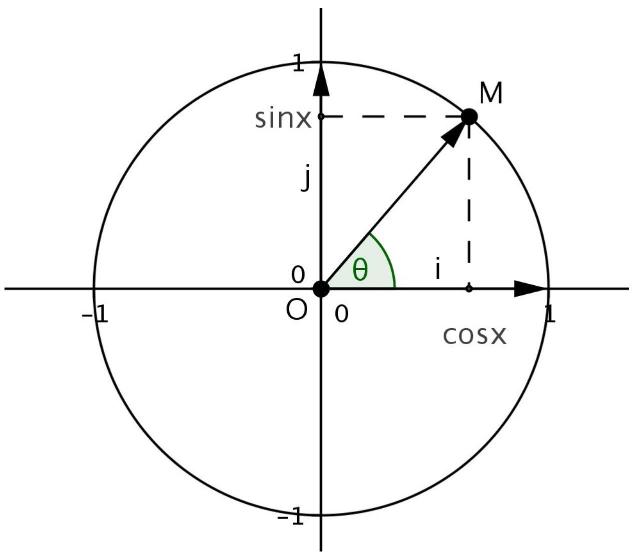
2. Propriétés :
   a. Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de même sens, $(\vec{u},\vec{v})=0+2k\pi$
      Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de sens contraires, $(\vec{u},\vec{v})=\pi+2k\pi$
   b. $(\vec{u},\vec{v})+(\vec{v},\vec{w})=(\vec{u},\vec{w})+2k\pi$
   c. $(\vec{u},\vec{v})=-(\vec{v},\vec{u})+2k\pi$
   d. $(\vec{u},-\vec{v})=(\vec{u},\vec{v})+\pi+2k\pi$

II. Cercle trigonométrique

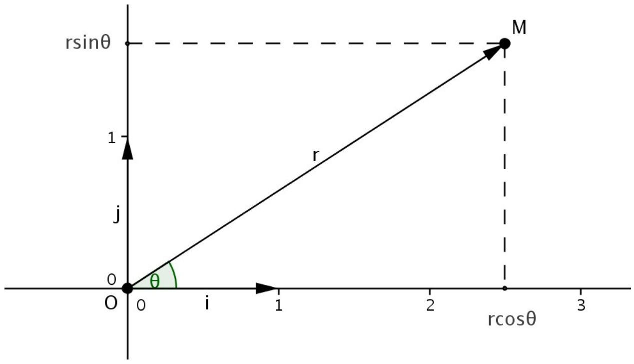
1. Dans un repère orthonormal direct $(O,\vec{i},\vec{j})$, c'est-à-dire pour lequel $(\vec{i},\vec{j})=+\frac{\pi}{2}$, le cercle de centre O et de rayon 1 est appelé cercle trigonométrique.

2. Fonctions trigonométriques

   Pour tout réel x, il existe un unique point M du cercle trigonométrique tel que $(\vec{i},\overrightarrow{OM})=x$. (si $x\in[0;2\pi[$, x représente la longueur de l'arc compris entre le point de coordonnées $(1;0)$ et le point M)
   - Le cosinus du réel x, noté $\cos x$ est l'abscisse du point M précédemment défini.
   - Le sinus du réel x, noté $\sin x$ est son ordonnée.
   - La tangente est le quotient du sinus par le cosinus, $\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$.



3. Coordonnées polaires
Étant donné un point M dans un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$. Le couple (r,θ) tel que $r=OM$ et $\theta=(\vec{i},\overrightarrow{OM})$ forme les coordonnées polaires du point M.
Si par ailleurs on a M(x;y) alors :
   - $x=r\times\cos\theta$
   - $y=r\times\sin\theta$



III. Formules trigonométriques

1. Valeurs remarquables des sinus et cosinus
   a. $\cos 0=\sin\frac{\pi}{2}=1$
   b. $\cos\frac{\pi}{6}=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$
   c. $\cos\frac{\pi}{4}=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$
   d. $\cos\frac{\pi}{3}=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$
   e. $\cos\frac{\pi}{2}=\sin 0=0$
2. Formules élémentaires
   a. $\cos(-x)=\cos x$ et $\sin(-x)=-\sin x$
   b. $\cos(\pi-x)=-\cos x$ et $\sin(\pi-x)=\sin x$
   c. $\cos(\pi+x)=-\cos x$ et $\sin(\pi+x)=-\sin x$
   d. $\cos(\frac{\pi}{2}-x)=\sin x$ et $\sin(\frac{\pi}{2}-x)=\cos x$
   e. $\cos(\frac{\pi}{2}+x)=-\sin x$ et $\sin(\frac{\pi}{2}+x)=\cos x$
3. Formules de sommes
   a. $\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$
   b. $\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$
   c. $\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$
   d. $\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b$
4. Conséquences
   a. $\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a=2\cos^2 a-1=1-2\sin^2 a$
   b. $\sin 2a=2\cos a\sin a$
   c. $\cos^2 a=\frac{1+\cos 2a}{2}$ et $\sin^2 a=\frac{1-\cos 2a}{2}$