BARYCENTRE

I. Définition

1. Barycentre de 2 points
   Propriété et définition : Étant donnés deux points A et B et deux réels α et β tels que $\alpha+\beta\neq 0$, Il existe un unique point G tel que $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$. On appelle ce point G barycentre des points pondérés (A,α) et (B,β) .
2. Généralisation
   Le barycentre G d'un ensemble de n points pondérés (A_i,α_i) tel que $\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\alpha_{\mathrm{i}}\neq 0$ est l'unique point tel que $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\overrightarrow{GA_i}=\vec{0}$.
   Remarque : Si tous les coefficients sont égaux on parle d'isobarycentre.

II. Propriétés.

1. Propriété fondamentale
   Si G est le barycentre d'un ensemble de n points pondérés (A_i,α_i) , alors pour tout point M on a $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\overrightarrow{MA_i}=(\sum_{i=1}^{n}\alpha_i)\overrightarrow{MG}$.
2. Le barycentre ne change pas si on multiplie ou on divise les coefficients par un même nombre non nul.
3. Le barycentre de deux points A et B appartient à la droite (AB) .

III. Associativité

On peut remplacer une partie des points d'un ensemble par leur barycentre affecté de la somme des coefficients de ces points sans changer le barycentre de l'ensemble.
Exemple : Si G est le barycentre des points $(A,4)$, $(B,-3)$ et $(C,2)$ et H celui des points $(A,4)$ et $(B,-3)$, alors G est aussi le barycentre des points $(H,1)$ et $(C,2)$.

IV. Coordonnées

Les coordonnées du barycentre G de n points pondérés $(A_i(x_i;y_i),\alpha_i)$ sont $x_G=\frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n}\alpha_i x_i$ et $y_G=\frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n}\alpha_i y_i$ où $S=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i$.