

# TRIGONOMÉTRIE

## I. Angles orientés

### 1. Définition

Un couple de vecteurs définit un angle orienté dont la mesure (en radians) n'est définie qu'à  $2k\pi$  près,  $k$  étant un nombre entier quelconque. L'angle défini par  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  se note  $(\vec{u}, \vec{v})$ .

Remarque : Tout angle n'a qu'une mesure appartenant à l'intervalle  $]-\pi; \pi]$ . Cette mesure est appelée mesure principale.

### 2. Propriétés :

- Si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires et de même sens,  $(\vec{u}, \vec{v}) = 0 + 2k\pi$   
Si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires et de sens contraires,  $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi + 2k\pi$
- $(\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w}) = (\vec{u}, \vec{w}) + 2k\pi$
- $(\vec{u}, \vec{v}) = -(\vec{v}, \vec{u}) + 2k\pi$
- $(\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi + 2k\pi$

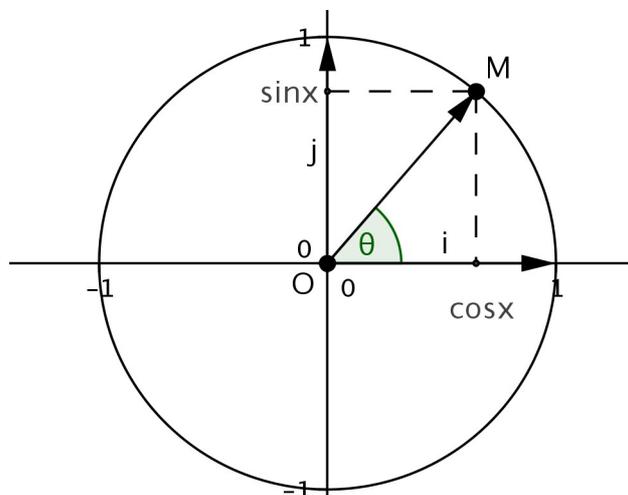
## II. Cercle trigonométrique

- Dans un repère orthonormal direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , c'est-à-dire pour lequel  $(\vec{i}, \vec{j}) = +\frac{\pi}{2}$ , le cercle de centre  $O$  et de rayon 1 est appelé cercle trigonométrique.

### 2. Fonctions trigonométriques

Pour tout réel  $x$ , il existe un unique point  $M$  du cercle trigonométrique tel que  $(\vec{i}, \overrightarrow{OM}) = x$ . (si  $x \in [0; 2\pi[$ ,  $x$  représente la longueur de l'arc compris entre le point de coordonnées  $(1; 0)$  et le point  $M$ )

- Le cosinus du réel  $x$ , noté  $\cos x$  est l'abscisse du point  $M$  précédemment défini.
- Le sinus du réel  $x$ , noté  $\sin x$  est son ordonnée.
- La tangente est le quotient du sinus par le cosinus,  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ .



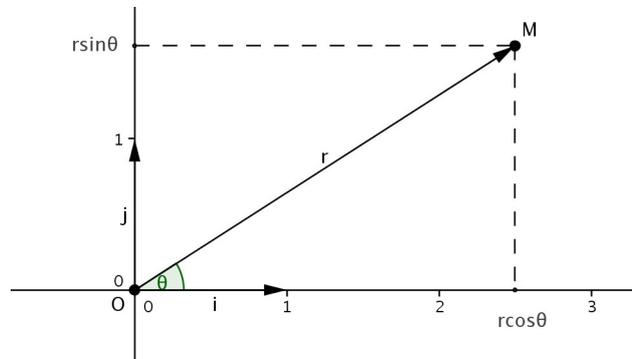
- Rappel : Pour tout angle  $x$ ,  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

#### 4. Coordonnées polaires

Étant donné un point  $M$  dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Le couple  $(r, \theta)$  tel que  $r = OM$  et  $\theta = (\vec{i}, \overrightarrow{OM})$  forme les coordonnées polaires du point  $M$ .

Si par ailleurs on a  $M(x; y)$  alors :

- $x = r \times \cos \theta$
- $y = r \times \sin \theta$



### III. Formules trigonométriques

#### 1. Valeurs remarquables des sinus et cosinus

a.  $\cos 0 = \sin \frac{\pi}{2} = 1$

b.  $\cos \frac{\pi}{6} = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c.  $\cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

d.  $\cos \frac{\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

e.  $\cos \frac{\pi}{2} = \sin 0 = 0$

#### 2. Formules élémentaires

a.  $\cos(-x) = \cos x$  et  $\sin(-x) = -\sin x$ .

b.  $\cos(\pi - x) = -\cos x$  et  $\sin(\pi - x) = \sin x$

c.  $\cos(\pi + x) = -\cos x$  et  $\sin(\pi + x) = -\sin x$

d.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$

e.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$

#### 3. Formules de sommes

a.  $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

b.  $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

c.  $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

d.  $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

#### 4. Conséquences

a.  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$

b.  $\sin 2a = 2\cos a \sin a$

c.  $\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$  et  $\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$