

TRIGONOMÉTRIE

I. Angles orientés

1. Définition

Un couple de vecteurs définit un angle orienté dont la mesure (en radians) n'est définie qu'à $2k\pi$ près, k étant un nombre entier quelconque. L'angle défini par \vec{u} et \vec{v} se note (\vec{u}, \vec{v}) .

Remarque : Tout angle n'a qu'une mesure appartenant à l'intervalle $]-\pi ; \pi]$. Cette mesure est appelée mesure principale.

2. Propriétés :

- Si \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires et de même sens, $(\vec{u}, \vec{v}) = 0 + 2k\pi$
Si \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires et de sens contraires, $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi + 2k\pi$
- $(\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w}) = (\vec{u}, \vec{w}) + 2k\pi$
- $(\vec{u}, \vec{v}) = -(\vec{v}, \vec{u}) + 2k\pi$
- $(\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi + 2k\pi$

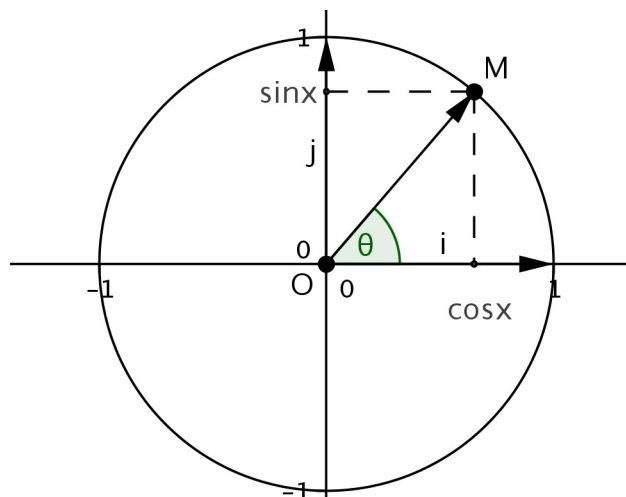
II. Cercle trigonométrique

- Dans un repère orthonormal direct (O, \vec{i}, \vec{j}) , c'est-à-dire pour lequel $(\vec{i}, \vec{j}) = +\frac{\pi}{2}$, le cercle de centre O et de rayon 1 est appelé cercle trigonométrique.

2. Fonctions trigonométriques

Pour tout réel x , il existe un unique point M du cercle trigonométrique tel que $(\vec{i}, \overrightarrow{OM}) = x$. (si $x \in [0; 2\pi[$, x représente la longueur de l'arc compris entre le point de coordonnées $(1; 0)$ et le point M)

- Le cosinus du réel x , noté $\cos x$ est l'abscisse du point M précédemment défini.
- Le sinus du réel x , noté $\sin x$ est son ordonnée.
- La tangente est le quotient du sinus par le cosinus, $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.



III. Formules trigonométriques

1. Valeurs remarquables des sinus et cosinus

a. $\cos 0 = \sin \frac{\pi}{2} = 1$

b. $\cos \frac{\pi}{6} = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c. $\cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

d. $\cos \frac{\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

e. $\cos \frac{\pi}{2} = \sin 0 = 0$

2. Formules élémentaires

Pour tout angle x on a :

a. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

b. $\cos(-x) = \cos x$ et $\sin(-x) = -\sin x$.

c. $\cos(\pi - x) = -\cos x$ et $\sin(\pi - x) = \sin x$

d. $\cos(\pi + x) = -\cos x$ et $\sin(\pi + x) = -\sin x$

e. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$

f. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$

3. Formules de sommes

a. $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

b. $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

c. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

d. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

4. Conséquences

a. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$

b. $\sin 2a = 2\cos a \sin a$

c. $\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$ et $\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$