APPLICATIONS DU PRODUIT SCALAIRE

I. Équations de droites et de cercles

1. Droite définie par un point et un vecteur normal
   a. La droite d ayant pour vecteur normal le vecteur $\vec{u}$ et passant par A est l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM}$ soit orthogonal à $\vec{u}$ c'est-à -dire, tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0$.
   b. Si on a $\vec{u}(a;b)$ et $A(x_A;y_A)$ Dans un repère orthonormal, alors $M(x;y) \in d \Leftrightarrow a(x-x_A)+b(y-y_A) = 0$. Ceci est l'équation de d .
2. Cercle
   a. Le cercle C de centre A et de rayon R est l'ensemble des points M vérifiant $AM = R$. De plus, $AM = R \Leftrightarrow AM^2 = R^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}^2 = R^2$.
   b. Si on a $A(x_A;y_A)$ dans un repère orthonormal, alors $M(x;y) \in C \Leftrightarrow (x-x_A)^2+(y-y_A)^2 = R^2$. Ceci est l'équation de C .
   Remarque : L'équation précédente peut se mettre sous la forme : $x^2+y^2+ax+by+c = 0$ mais toute équation de cette forme n'est pas nécessairement une équation de cercle.

II. Relations métriques dans le triangle

Dans ce paragraphe, ABC est un triangle, on note $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$.

1. Relation fondamentale (Al Kashi)
   $a^2 = b^2+c^2-2bc\cos\hat{A}$.
2. Formule de la médiane
   Notons I le milieu de $[AB]$. On a
   $CA^2+CB^2 = 2CI^2+\frac{1}{2}AB^2$.

III.Trigonométrie

1. Formules de sommes
   a. $\cos(a+b) = \cos a\cos b-\sin a\sin b$
   b. $\cos(a-b) = \cos a\cos b+\sin a\sin b$
   c. $\sin(a+b) = \sin a\cos b+\cos a\sin b$
   d. $\sin(a-b) = \sin a\cos b-\cos a\sin b$
2. Conséquences
   a. $\cos 2a = \cos^2 a-\sin^2 a = 2\cos^2 a-1 = 1-2\sin^2 a$
   b. $\sin 2a = 2\cos a\sin a$
3. $\cos^2 a = \frac{1+\cos 2a}{2}$ et $\sin^2 \mathrm{a} = \frac{1-\cos 2\mathrm{a}}{2}$.