LOI BINOMIALE

I. Épreuve de Bernoulli

Une expérience aléatoire comportant deux issues possibles est appelée épreuve de Bernoulli. On appelle ces deux issues succès(S) et échec(E). On note en général $p = p(S)$.

II. Schéma de Bernoulli

Un schéma de Bernoulli est une expérience aléatoire consistant à répéter de façon indépendantes un certain nombre de fois la même épreuve de Bernoulli. On représente un schéma de Bernoulli à l'aide d'un arbre pondéré dont chaque nœud possède deux branche, l'une, le succès associée à la probabilité p et l'autre, l'échec à la probabilité $1-p$

Exemple : Lancer 3 fois de suite une pièce équilibrée est un schéma de Bernoulli.

III. Loi binomiale

1. Définition

   Une loi binomiale est la loi de la variable aléatoire correspondant au nombre de succès obtenus dans un schéma de Bernoulli. La loi binomiale associée à la répétition de n épreuves de Bernoulli dont la probabilité de succès est p est appelée loi binomiale de paramètres n et p et se note $B(n,p)$.

2. Coefficients binomiaux

   Le nombre de chemins menant à k succès dans un schéma de Bernoulli à n ($0 \leq k \leq n$) épreuves se note $\binom{n}{k}$ (« k parmi n »), on l'appelle coefficient binomial.

   Remarques :

   - Le coefficient binomial $\binom{n}{k}$ est aussi le nombre de façons de choisir k éléments parmi n .
   - Les coefficients binomiaux apparaissent aussi dans le développement de $(a+b)^n$

3. Propriétés

   a. Pour une variable aléatoire X suivant une loi binomiale $B(n,p)$, $p(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$.

   b. Pour tout entier naturel n et tout entier k tel que $0 \leq k \leq n$, $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ et $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$.

   c. Pour une variable aléatoire X suivant une loi binomiale $B(n,p)$, $E(X) = np$ et $V(X) = np(1-p)$