

FONCTION DÉRIVÉE

I. Fonction dérivée

1. Définition

La fonction telle que $x \rightarrow f'(x)$ est appelée fonction dérivée de la fonction f .

Remarque : La fonction dérivée peut être définie sur un intervalle plus petit que celui de f .

2. Règles de calcul

Si u et v sont des fonctions dérivables et k une constante on a les règles suivantes :

| | | | | | | |
|------|-------|---------|-----------|-------------------|-----------------------|--------|
| f | ku | $u+v$ | uv | $\frac{1}{v}$ | $\frac{u}{v}$ | u^2 |
| f' | ku' | $u'+v'$ | $u'v+uv'$ | $-\frac{v'}{v^2}$ | $\frac{u'v-uv'}{v^2}$ | $2u'u$ |

3. Dérivées des fonctions usuelles

| | | | | | | | | | |
|---------|-----|--------|-------|------------|------------------|----------------------|-----------------------|-----------|----------|
| $f(x)$ | k | $ax+b$ | x^2 | x^n | $\frac{1}{x}$ | $\frac{1}{x^n}$ | \sqrt{x} | $\cos x$ | $\sin x$ |
| $f'(x)$ | 0 | a | $2x$ | nx^{n-1} | $-\frac{1}{x^2}$ | $-\frac{n}{x^{n+1}}$ | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $-\sin x$ | $\cos x$ |

Remarque : La dérivée de la fonction $x \rightarrow \sqrt{x}$ est définie sur un ensemble plus petit que la fonction elle-même. Les autres fonctions sont dérivables sur tout leur ensemble de définition.

II. Applications aux variations

1. Si une fonction f est dérivable et croissante sur un intervalle $[a;b]$, alors $f'(x) \geq 0$ sur $[a;b]$. Si f est décroissante, $f'(x) \leq 0$.

2. Réciproquement, si une fonction f est dérivable sur un intervalle $[a;b]$, et si $f'(x) \geq 0$ sur $[a;b]$ alors f est croissante sur $[a;b]$. Si $f'(x) \leq 0$ f est décroissante.

Étudier les variations d'une fonction revient donc à étudier le signe de sa dérivée.

3. Conséquence

Si une fonction f , dérivable sur un intervalle $[a;b]$, admet un extremum local en une valeur $c \in]a;b[$ alors $f'(c) = 0$.

Remarque : La réciproque n'est pas vraie.