TRIGONOMÉTRIE

I. Angles orientés

1. Définition

   Un couple de vecteurs définit un angle orienté dont la mesure (en radians) n'est définie qu'à $2k\pi$ près, k étant un nombre entier quelconque. L'angle défini par $\vec{u}$ et $\vec{v}$ se note $(\vec{u},\vec{v})$.

   Remarque : Tout angle n'a qu'une mesure appartenant à l'intervalle $]-\pi;\pi]$. Cette mesure est appelée mesure principale.

2. Propriétés :

   a. Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de même sens, $(\vec{u},\vec{v}) = 0+2k\pi$
      Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de sens contraires, $(\vec{u},\vec{v}) = \pi+2k\pi$

   b. $(\vec{u},\vec{v})+(\vec{v},\vec{w}) = (\vec{u},\vec{w})+2k\pi$

   c. $(\vec{u},\vec{v}) = -(\vec{v},\vec{u})+2k\pi$

   d. $(\vec{u},-\vec{v}) = (\vec{u},\vec{v})+\pi+2k\pi$

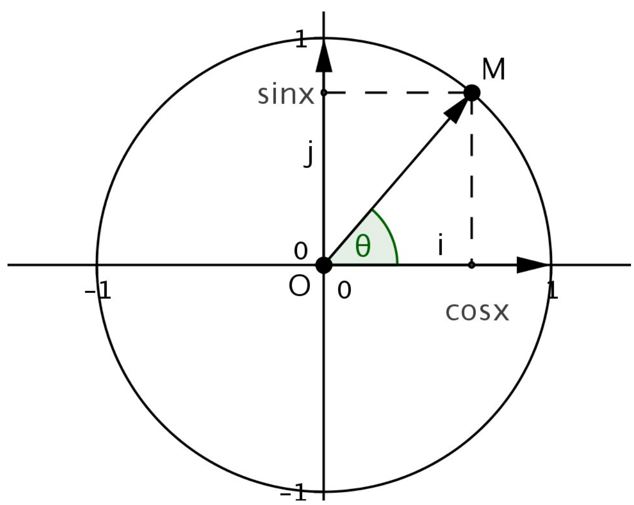
II. Cercle trigonométrique

1. Dans un repère orthonormal direct $(O,\vec{i},\vec{j})$, c'est-à-dire pour lequel $(\vec{i},\vec{j}) = +\frac{\pi}{2}$, le cercle de centre O et de rayon 1 est appelé cercle trigonométrique.

2. Fonctions trigonométriques

   Pour tout réel x, il existe un unique point M du cercle trigonométrique tel que $(\vec{i},\overrightarrow{OM}) = x$. (si $x\in[0;2\pi[$, x représente la longueur de l'arc compris entre le point de coordonnées $(1;0)$ et le point M)

   - Le cosinus du réel x, noté $\cos x$ est l'abscisse du point M précédemment défini.
   - Le sinus du réel x, noté $\sin x$ est son ordonnée.
   - La tangente est le quotient du sinus par le cosinus, $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$.



III.Formules trigonométriques

1. Valeurs remarquables des sinus et cosinus
   a. $\cos 0 = \sin\frac{\pi}{2} = 1$
   b. $\cos\frac{\pi}{6} = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
   c. $\cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
   d. $\cos\frac{\pi}{3} = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$
   e. $\cos\frac{\pi}{2} = \sin 0 = 0$

2. Formules élémentaires
   Pour tout angle x on a :
   a. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
   b. $\cos(-x) = \cos x$ et $\sin(-x) = -\sin x$.
   c. $\cos(\pi - x) = -\cos x$ et $\sin(\pi - x) = \sin x$
   d. $\cos(\pi + x) = -\cos x$ et $\sin(\pi + x) = -\sin x$
   e. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$
   f. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$