1èreS pour le 16 septembre 2008

Devoir maison n°1

Exercice 1

Résoudre l'équation et l'inéquation suivantes :

1. $\frac{x+3}{2x-1}+\frac{4}{2-3x}\leq\frac{1}{2}$ **2.** $\frac{1}{x+2}=\frac{1}{x^2-4}$

Exercice 2

On cherche les nombres réels égaux à la somme de 1 et de leurs inverse

1. Montrer que l'équation de ce problème est équivalente à l'équation $(x-\frac{1}{2})^2=\frac{5}{4}$
2. Résoudre cette équation et conclure.

Remarque : La solution positive de ce problème est appelée nombre d'or

Exercice 3

On se propose d'étudier les variations de la fonction numérique définie par $f(x)=3-\frac{1}{(x+1)^2}$

1. Sur quels intervalles, f est-elle définie ?
2. Soient x et x' deux réels quelconques de $]-1;+\infty[$ tels que $x<x'$. En rappelant les variations des fonctions de référence utilisées comparer successivement:
   $x+1$ et $x'+1$; $(x+1)^2$ et $(x'+1)^2$; $\frac{1}{(x+1)^2}$ et $\frac{1}{(x'+1)^2}$, puis $f(x)$ et $f(x')$.
   En déduire le sens de variation de f sur $]-1;+\infty[$.
3. Faire une étude similaire sur $]-\infty;-1[$.
4. Montrer que pour tout réel x de $]-1;+\infty[$, $f(x)<3$.
   f admet-elle un maximum sur $]-1;+\infty[$?

Exercice 4

Théorème de Pappus dégénéré.

1. Placer dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ les points $A(2;0)$, $B(0;3)$ et $M(1;\frac{3}{2})$ et montrer que A, B et M sont alignés.
   Dans la suite m désigne un réel non nul.
2. Écrire l'équation de la droite D passant par A de coefficient directeur m et l'équation de la droite D' passant par B de coefficient directeur m. Que peut-on dire de D et D' **?**
3. Montrer que la parallèle à (Oy) menée par M coupe D en $P(1;-m)$ et que la parallèle à (Ox) menée par M coupe D' en $Q(-\frac{3}{2m};\frac{3}{2})$.
4. Quelle conjecture peut-on faire sur les points O, P et Q ? Démontrer le résultat.