**1èreS**

**correction du devoir maison n°1**

**Exercice 1**

1.

$$\frac{x+3}{2x-1}+\frac{4}{2-3x}\leq\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2(x+3)(2-3x)}{2(2x-1)(2-3x)}+\frac{8(2x-1)}{2(2x-1)(2-3x)}-\frac{(2x-1)(2-3x)}{2(2x-1)(2-3x)}\leq 0 \Leftrightarrow \frac{-5x+6}{2(2x-1)(2-3x)}\leq 0$$

On résout ensuite par une étude de signe du quotient et on obtient : $S=]-\infty;\frac{1}{2}[\cup[\frac{2}{3};\frac{6}{5}]$

2. $\frac{1}{x+2}=\frac{1}{x^2-4} \Leftrightarrow \frac{x-2}{(x+2)(x-2)}-\frac{1}{(x+2)(x-2)}=0 \Leftrightarrow \frac{x-3}{(x+2)(x-2)}=0 \Leftrightarrow x-3=0 \text{ et } (x+2)(x-2)\neq 0$

Donc $x=3$ car $(3+2)(3-2)\neq 0$

**Exercice 2**

1. Un nombre x est égal à la somme de 1 et de son inverse signifie qu'il est solution de l'équation $x=1+\frac{1}{x}$

   Or $x=1+\frac{1}{x}\Leftrightarrow x^2=x+1\Leftrightarrow x^2-x-1=0$ (car 0 n'est pas solution de cette dernière équation).

   Par ailleurs, $(x-\frac{1}{2})^2=\frac{5}{4}\Leftrightarrow x^2-x+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}\Leftrightarrow x^2-x-1=0$ ce qui répond au problème.

2. $(x-\frac{1}{2})^2=\frac{5}{4} \Leftrightarrow x-\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{5}{4}}$ ou $x-\frac{1}{2}=-\sqrt{\frac{5}{4}}$ Ce qui donne $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (nombre d'or) ou $x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

**Exercice 3**

On se propose d'étudier les variations de la fonction numérique définie par $f(x)=3-\frac{1}{(x+1)^2}$

1. f est définie pour $(x+1)^2\neq 0 \Leftrightarrow x+1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -1$ .
2. $-1<x<x' \Leftrightarrow 0<x+1<x'+1 \Leftrightarrow 0<(x+1)^2<(x'+1)^2$ (car la fonction carrée est croissante sur $\mathbb{R}^+$ ) $\Leftrightarrow \frac{1}{(x+1)^2}>\frac{1}{(x'+1)^2}>0$ (car la fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}^+$ ).

   $\Leftrightarrow -\frac{1}{(x+1)^2}<-\frac{1}{(x'+1)^2}<0 \Leftrightarrow 3-\frac{1}{(x+1)^2}<3-\frac{1}{(x'+1)^2}<3 \Leftrightarrow f(x)<f(x')<3$ .

   Donc f est strictement croissante sur $[-1;+\infty[$ .
3. De la même façon, on montre que f est décroissante sur $]-\infty;-1[$ car la fonction carrée est décroissante sur $\mathbb{R}^-$ .
4. On a montré dans la question précédente que f(x) < 3 pour tout $x\in[-1;+\infty[$ donc 3 n'est pas atteint et ce n'est pas le maximum de f sur ce intervalle. Par ailleurs, tout nombre plus petit que 3 sera dépassé pour x assez grand, donc f n'a pas de maximum sur $[-1;+\infty[$ .

**Exercice 4**

1. On a $\overrightarrow{AB}(-2;3)$ et $\overrightarrow{AM}(-1;\frac{3}{2})$ donc $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AM}$ . Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires donc les points A, B et M sont alignés.
2. D a pour coefficient directeur m, donc son équation est de la forme $y=mx+p$ . De plus, D passe par A donc les coordonnées de A vérifient son équation. Donc $0=2m+p \Leftrightarrow p=-2m$ . Donc D a pour équation $y=mx-2m$ . De la même façon, on trouve pour D', $y=mx+3$ .
3. Un point de la parallèle à (Oy) passant par M aura la même abscisse que M, c'est-à-dire 1. On remplace x par 1 dans l'équation de D et on obtient $y=-m$ .Un point de la parallèle à (Ox) passant par M aura la même ordonnée que M, c'est-à-dire $\frac{3}{2}$ . On remplace y par $\frac{3}{2}$ dans l'équation de D' et on obtient

   $x=-\frac{3}{2m}$
4. O, P et Q semblent être alignés. On a $\overrightarrow{OP}(1;-m)$ et $\overrightarrow{OQ}(-\frac{3}{2m};\frac{3}{2})$ . $\overrightarrow{OQ}=-\frac{3}{2m}\overrightarrow{OP}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{OQ}$ sont colinéaires donc les points O, P et Q sont effectivement alignés.