1èreS Mardi 26 mai 2009

Devoir surveillé n°10

Exercice 1 (3,5 points)

1. Les réels suivants peuvent-ils être les termes consécutifs d'une suite géométrique ? Si oui, en donner la raison.
   $4\sqrt{3}+3$ $\quad$ $3\sqrt{3}+12$ $\quad$ $12\sqrt{3}+9$
2. (u_n) est une suite géométrique de raison 4 et de premier terme 17. Calculer : $u_0+u_1+\ldots+u_6$.
3. Exprimer en fonction de n la somme $1+\frac{5}{7}+\frac{5^2}{7^2}+\ldots+\frac{5^n}{7^n}$.

Exercice 2 (2,5 points)

(u_n) est une suite telle que $u_0=1$, $u_1=5$ et pour tout entier $n\geq 1$, $u_{n+1}=2u_n-u_{n-1}$.

1. Calculer u_2 , u_3 et u_4 .
2. On admet que (u_n) est une suite arithmétique de raison 4. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
3. Calculer la somme des 20 premiers termes de la suite (u_n) .

Exercice 3 (6 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0=\frac{1}{2}$ et $u_{n+1}=\frac{5u_n+4}{u_n+2}$.

1. Déterminer la fonction f telle que $u_{n+1}=f(u_n)$. Montrer que l'équation $f(x)=x$ a deux solutions α et β (α < β).
2. On pose $v_n=\frac{u_n-4}{u_n+1}$. Exprimer v_{n+1} en fonction de u_n et en déduire que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0 .
3. a) Exprimer v_n en fonction de n.
   b) Exprimer u_n en fonction de v_n , puis en fonction de n.
   c) Déterminer la limite de v_n puis en déduire celle de u_n .

Exercice 4 (3 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$. On désigne par h l'homothétie de centre $A(-1;2)$ et de rapport -2 .

1. Déterminer les coordonnées du point B' image de $B(1;3)$ par h.
2. Déterminer les coordonnées du point C dont l'image par h est $C'(3;-2)$.

Exercice 5 (3 points)

ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] de milieux respectifs I et J. Les droites (AD) et (BC) se coupent en M, les droites (AC) et (BD) se coupent en N.
Démontrer que les points M,N, I et J sont alignés.

Exercice 6 (2 points)

Δ est une droite, A est un point fixe n'appartenant pas à Δ , M est un point de Δ et N est le point tel que AMN soit un triangle équilatéral direct. Quel est le lieu des points N lorsque M parcourt Δ ?