1èreS

correction du devoir surveillé n°1

Exercice 1

1. $\dfrac{2}{x-3} \geq \dfrac{x+5}{(x-3)(x+1)} \Leftrightarrow \dfrac{2(x+1)}{(x-3)(x+1)} - \dfrac{x+5}{(x-3)(x+1)} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{x-3}{(x-3)(x+1)} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{x+1} \geq 0 \text{ et } x-3 \neq 0$

   $\Leftrightarrow x+1>0 \text{ et } x-3\neq 0$ Donc $S =]-1;3[\cup]3;+\infty[$

2. $x^2-4-(x+2)(2x-3)=0 \Leftrightarrow (x+2)(x-2)-(x+2)(2x-3)=0 \Leftrightarrow (x+2)(x-2-(2x-3))=0$

   $\Leftrightarrow (x+2)(-x+1)=0$ Ce qui donne $x=-2$ ou $x=1$

Exercice 2

1. $x<x'\leq -3 \Leftrightarrow x+3<x'+3\leq 0 \Rightarrow (x+3)^2>(x'+3)^2 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}(x+3)^2+5<-\dfrac{1}{2}(x'+3)^2+5$

   $\Leftrightarrow f(x)<f(x')$ Donc f est croissante sur $]-\infty;-3]$

2. $0\leq x<x'<3 \Rightarrow x^2<x'^2<9 \Leftrightarrow x^2-9<x'^2-9<0 \Rightarrow \dfrac{1}{x^2-9}>\dfrac{1}{x'^2-9} \Leftrightarrow f(x)>f(x')$

   Donc f est décroissante sur $[0;-3[$

3. $-2<x<x'\leq -1 \Leftrightarrow 0<x+2<x'+2\leq 1 \Rightarrow \dfrac{1}{x+2}>\dfrac{1}{x'+2}\geq 1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{x+2}-1>\dfrac{1}{x'+2}-1\geq 0$

   $\Rightarrow \left(\dfrac{1}{x+2}-1\right)^2>\left(\dfrac{1}{x'+2}-1\right)^2 \Leftrightarrow f(x)>f(x')$ Donc f est décroissante sur $]-2;-1]$

Exercice 3

1. $f\circ g(x)=2(x^2+1)-3=2x^2-1$

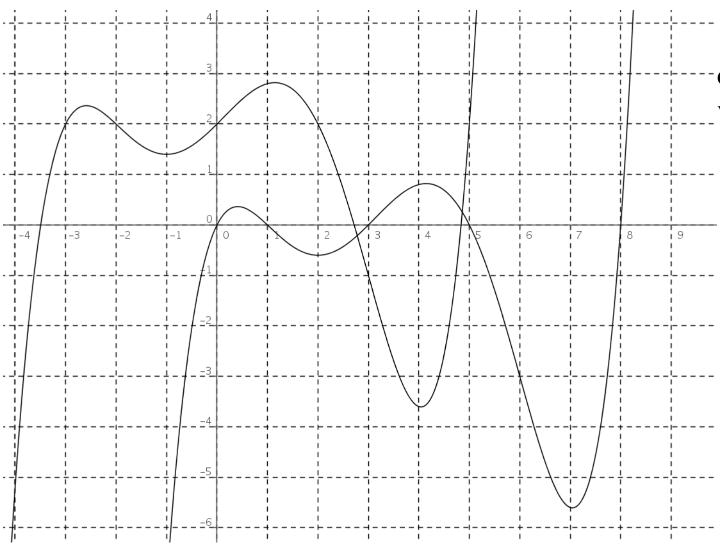
   $f\circ h(x)=2\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)-3=\dfrac{2(x+1)-3(x-2)}{x-2}=\dfrac{-x+8}{x-2}$

   $h\circ h(x)=\dfrac{\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)+1}{\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)-2}=\dfrac{\dfrac{x+1+x-2}{x-2}}{\dfrac{x+1-2(x-2)}{x-2}}=\dfrac{\dfrac{2x-1}{x-2}}{\dfrac{-x+5}{x-2}}=\dfrac{2x-1}{-x+5}$ Remarquons que bien que la formule permette d'en donner une valeur, $h\circ h(2)$ n'est pas défini.

2. $u(x)=\dfrac{x^2+2}{x^2-1}=\dfrac{x^2+1+1}{x^2+1-2}=\dfrac{g(x)+1}{g(x)-2}=h(g(x))=h\circ g(x)$

   $v(x)=4x^4-4x+2=4x^4-4x+1+1=(2x^2-1)^2+1=(2x^2+2-3)^2+1=(2(x^2+1)-3)^2+1=g\circ f\circ g(x)$

Exercice 4



La courbe représentative de g est l'image de la courbe représentative de f par la translation de vecteur $\vec{u}(3;-2)$.