

Devoir surveillé n°2

Exercice 1 (8 points)

1. f est la fonction définie sur $I = [-2; 4]$ par $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$.
 - a. Vérifier que pour tout x de I , $f(x) = 2 - \frac{7}{x+3}$.
 - b. Déterminer les fonctions u , v et w telles que $f(x) = (w \circ v \circ u)(x)$ sachant que u et v sont des fonctions affines. En déduire le sens de variation de f sur I .
 - c. Encadrer $f(x)$ sur I .
 - d. Construire la courbe (C_f) représentative de f dans un repère orthonormé d'unité 1cm.
2. g est la fonction définie sur $J = [-5; 1]$ par $g(x) = -3 + \frac{7}{2-x}$.
 - a. Étudier le sens de variation de g sur J puis donner un encadrement de g sur J .
 - b. Construire dans le même repère que (C_f) la courbe (C_g) représentative de g .
3. Montrer que $g \circ f$ est définie sur I et que $(g \circ f)(x) = x$.
(On admettra mais on démontrerait de la même façon que $f \circ g$ est définie sur J et que $(f \circ g)(x) = x$)
4. Tracer sur le graphique précédent la droite Δ d'équation $y = x$. Que peut-on dire des positions relatives de (C_f) et (C_g) par rapport à Δ ? (Aucune démonstration n'est demandée)

Exercice 2 (5 points)

\vec{u} et \vec{v} sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 4$, $\|\vec{v}\| = 4$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$. On pose $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ et $\vec{t} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$.

1. Faire une figure représentant les vecteurs \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} et \vec{t} .
2. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ puis \vec{w}^2 , \vec{t}^2 et $\vec{w} \cdot \vec{t}$.
3. En déduire la valeur de $\cos(\vec{w}, \vec{t})$ puis une valeur approchée de l'angle (\vec{w}, \vec{t}) au degré près.

Exercice 3 (4 points)

EFGH est un rectangle tel que $EH = a$ et $EF = 2a$. M est le milieu de $[FG]$ et K est défini par

$\vec{HK} = \frac{1}{3}\vec{HG}$. L est le projeté orthogonal de K sur (EM) .

1. Faire une figure.
2. Calculer $\vec{EF} \cdot \vec{EM}$ et $\vec{EH} \cdot \vec{EK}$ en fonction de a .
3. En calculant $\vec{EK} \cdot \vec{EM}$ de deux façons différentes, déterminer la mesure en degrés de \widehat{KEM} .

Exercice 4 (3 points)

A et B sont deux points tels que $AB = 5$. I est le milieu de $[AB]$.

1. Déterminer et construire l'ensemble (E) des points M tels que $MA^2 + MB^2 = 37$.
2. Déterminer et construire l'ensemble (F) des points N tels que $NA^2 - NB^2 = -10$.

Devoir maison pour le 5 novembre : n°115 p : 244 et n°122 p : 245