1èreS

Correction du devoir surveillé n°3

Exercice 1

1. $x^2-5x+6=0$

   $\Delta=25-24=1$, $x_1=\frac{٥-١}{٢}=٢$, $x_2=\frac{5+1}{2}=3$

2. $-3x^2+x+1=0$

   $\Delta=1+12=13$, $x_1=\frac{-1-\sqrt{13}}{-6}=\frac{1+\sqrt{13}}{6}$, $x_2=\frac{-1+\sqrt{13}}{-6}=\frac{1-\sqrt{13}}{6}$

3. $x^2+3=-2x \Leftrightarrow x^2+2x+3=0$

   $\Delta=4-12=-8$ $\quad\Delta<0$ donc l'équation n'a pas de solution.

4. $(x+1)(2x^2+٣x-5)=(x^2-١)(x-3)$

   Factorisons $٢x^٢+3x-5$. $\Delta=9+40=49$ et par suite $2x^2+3x-5=(2x+5)(x-1)$ et l'équation devient $(x+1)(2x+5)(x-1)=(x+1)(x-1)(x-3)$ $\Leftrightarrow$ $(x+1)(x-1)((2x+5)-(x-3))=0$
   $\Leftrightarrow$ $(x+1)(x-1)(x+8)=0$ On a donc 3 solutions, $x_1=1$ $x_2=-1$ et $x_3=-8$

Exercice 2

1. $\begin{cases} x+y=\frac{٥}{٣}-x \\ xy=\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{5}{3}-x \\ xy=\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{5}{3}-x \\ x(\frac{5}{3}-x)=\frac{2}{3} \end{cases}$ Or $x(\frac{5}{3}-x)=\frac{2}{3} \Leftrightarrow -x^2+\frac{5}{3}x-\frac{2}{3}=0 \Leftrightarrow 3x^2-5x+2=0$

   Pour cette équation on trouve $\Delta=25+24=1$ puis $x_1=\frac{5-1}{6}=\frac{2}{3}$ et $x_2=\frac{5+1}{6}=1$. Pour

   $x_1=\frac{2}{3}$ on obtient $y_1=1$ et pour $x_2=1$, $y_2=\frac{2}{3}$ (Ce qui est heureux...)

2. $\begin{cases} x-y=-2 \\ xy-x=١٢ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x+2 \\ xy-x=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x+٢ \\ x(x+2)-x=١٢ \end{cases}$ $\quad x(x+٢)-x=١٢ \Leftrightarrow x^٢+x-12=0$

   Cette équation donne $x_1=-4$ et $x_2=3$ Puis $y_١=x_1+٢=-٢$ et $y_2=x_2+٢=5$

Exercice 3

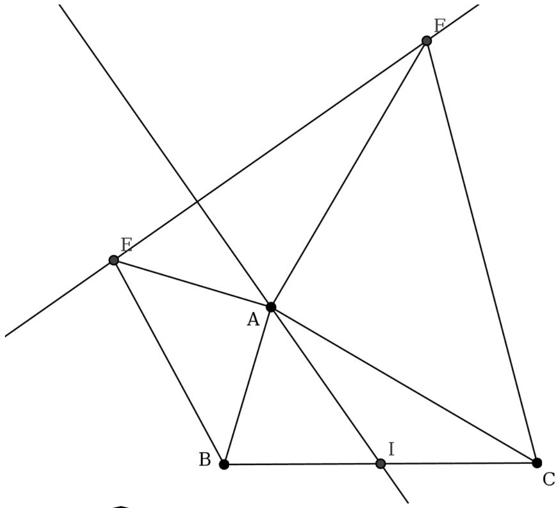
$f(x)=5x^٢+12x-1$. $\alpha=-\frac{b}{2a}=-\frac{12}{10}=-\frac{6}{5}$ et $\beta=f(\alpha)=-\frac{41}{5}$ Donc $f(x)=5(x+\frac{6}{5})^2-\frac{41}{5}$. Comme le coefficient a est un nombre positif, la fonction f est décroissante sur $]-\infty;-\frac{6}{5}]$ et croissante sur $[-\frac{6}{5};-\infty[$
Elle atteint donc son minimum pour $x=\alpha=-\frac{6}{5}$ et ce minimum est $\beta=f(\alpha)=-\frac{41}{5}$

Exercice 4 (4 points)

1. Si L et l sont respectivement la longueur et la largeur du rectangle, Elles vérifient le système :
   $\begin{cases} 2L+2l=221 \\ L\,l=2226 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} L+l=110{,}5 \\ L\,l=2226 \end{cases}$ Ceci amène à résoudre l'équation $x^2-110{,}5x+2226=0$. Cette équation a deux solutions, 84 et 26,5. Donc le rectangle a pour longueur 84cm et pour largeur 26,5cm.
2. Notons v la vitesse moyenne de Renaud (en km/h) et t le temps du parcours (en heures). On a donc d'une part $vt=600$ et d'autre part $(v+16)(t-1{,}25)=600$. De la première équation on tire $t=\frac{600}{v}$ ce qui dans la seconde donne :
   $(v+16)(\frac{600}{v}-1{,}25)=600 \Leftrightarrow 600+\frac{9600}{v}-1{,}25v-600=0 \Leftrightarrow 1{,}25v^2-9600=0 \Leftrightarrow v^2-6400=0$
   Ce qui donne v = 80 km/h.

Exercice 5 (6 points)

1.



2. $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AC}=AE\times AC\times\cos\widehat{CAE}$. Or BAE est isocèle et rectangle en A donc $AE=AB=c$ et $\widehat{BAE}=90°$ donc $\widehat{CAE}=\widehat{CAB}+\widehat{BAE}=\alpha+90°$. Donc $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AC}=bc\cos(\alpha+90)$
   De même et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}=AB\times AF\times\cos\widehat{BAF}=bc\cos(\alpha+90)$.

3. $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}).(\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AE})=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AE})$. Or BAE et CAF sont rectangles en A donc $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}=0$ et $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AF}=٠$ et on a $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{EF}=\frac{١}{٢}(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AE})$. On a vu à la question précédente que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AE}$ donc $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{EF}=٠$ et par suite (AI) et (EF) sont perpendiculaires.