1èreS

Correction du devoir surveillé n°4

Exercice 1

1. $A=(\sqrt{3}(4-\sqrt{2}))^2=3(16-8\sqrt{2}+2)=3(18-8\sqrt{2})$.

2.Le discriminant de $P(x)=0$ est $\Delta=(-(\sqrt{6}+4\sqrt{3}))^2-4\times4\times3\sqrt{2}=6+8\sqrt{6}\sqrt{3}+3\times16-48\sqrt{2}$
$=54+8\sqrt{2}\sqrt{٣}^2-48\sqrt{٢}=٥٤+24\sqrt{2}-48\sqrt{2}=54-24\sqrt{2}=3(18-8\sqrt{2})=A$ Donc $\sqrt{\Delta}=\sqrt{٣}(4-\sqrt{2})$
(car $\sqrt{٣}(٤-\sqrt{2})>0$) et par suite on a $x_1=\dfrac{\sqrt{6}+4\sqrt{3}-\sqrt{3}(4-\sqrt{2})}{8}=\dfrac{\sqrt{6}+4\sqrt{3}-4\sqrt{3}+\sqrt{3}\sqrt{2}}{8}=\dfrac{2\sqrt{6}}{8}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ et
$x_{٢}=\dfrac{\sqrt{6}+4\sqrt{3}+\sqrt{3}(4-\sqrt{2})}{8}=\dfrac{\sqrt{6}+4\sqrt{3}+4\sqrt{3}-\sqrt{3}\sqrt{2}}{8}=\dfrac{8\sqrt{3}}{8}=\sqrt{3}$

Exercice 2

1. $x^{٢}\geq0$ donc si $x\in]2;+\infty[$ alors $x^2+x>2$ c'est-à-dire $u(x)>2$.

2.Si $x\in]2;+\infty[$, alors $u(x)\in]2;+\infty[$. Or v est définie sur $]2;+\infty[$ donc $f=v\circ u$ est bien définie sur $]2;+\infty[$. $f(x)=v\circ u(x)=v(u(x))=\dfrac{x^2+x}{x^{٢}+x-2}$.

3.a. $g(x)\leq1 \Leftrightarrow \dfrac{3x^2+13x+10}{3x^2+6x}\leq1 \Leftrightarrow \dfrac{3x^2+13x+10}{3x^2+6x}-\dfrac{3x^2+6x}{3x^2+6x}\leq0 \Leftrightarrow \dfrac{7x+10}{3x(x+2)}\leq0$. A l'aide d'un tableau de signes, on obtient $S=]-\infty;-2[\cup[-\dfrac{١٠}{7};0[$.

a. $(f+g)(x)=\dfrac{x^2+x}{x^{٢}+x-2}+\dfrac{٣x^2+13x+١٠}{3x^{٢}-6x}$. Or dans le trinôme $x^2+x-٢$, $\Delta=9$ puis $x_1=-2$ et $x_2=1$ donc $x^2+x-2=(x-1)(x+2)$ et donc

$$(f+g)(x)=\frac{x^2+x}{x^2+x-2}+\frac{3x^2+13x+10}{3x^2+6x}=\frac{x^2+x}{(x-1)(x+2)}+\frac{3x^2+13x+10}{3x(x+2)}=\frac{3x(x^2+x)+(x-1)(3x^2+13x+10)}{3x(x-1)(x+2)}$$
$$=\frac{3x(x^2+x)+(x-1)(3x^2+13x+10)}{3x(x-1)(x+2)}=\frac{3x^3+3x^2+3x^3+13x^2+10x-3x^2-13x-10}{3x(x-1)(x+2)}=\frac{6x^3+13x^2-3x-10}{3x(x-1)(x+2)}$$

b. $(x+2)(6x^2+x-5)=6x^3+x^2-5x+12x^2+2x-10=6x^3+13x^2-3x-10$.

c.Résoudre l'équation
$(f+g)(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{6x^3+10x^2-3x-10}{3x(x-1)(x+2)}=0 \Leftrightarrow 6x^3+10x^2-3x-10=0$ (avec $x\neq0,\ x\neq1$ et $x\neq-2$) .
$٦x^3+13x^2-3x-10=0 \Leftrightarrow (x+2)(6x^2+x-5)=0$ Or $x+2\neq0$ donc l'équation devient $6x^2+x-5=0$.
Dans cette équation du second degré, $\Delta=121$ puis $x_1=-1$ et $x_2=\dfrac{5}{6}$.

Exercice 3 (6 points)

1. $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB}=IA\times IB\times\cos(\widehat{AIB})=3\times\dfrac{4}{2}\times\cos(\dfrac{\pi}{3})=6\times\dfrac{1}{2}=3$ et

$\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IC}=IA\times IC\times\cos(\widehat{AIC})=3\times\dfrac{4}{2}\times\cos(2\dfrac{\pi}{3})=6\times-\dfrac{1}{2}=-3$

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}).(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IC})=\overrightarrow{AI}^2+\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{IB}.\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}.\overrightarrow{IC}=9+3-3-\overrightarrow{IB}^2=9-4=5$.

2. $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})^2=AB^2+AC^2+2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ d'une part et d'autre part, $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})^2=(2\overrightarrow{AI})^2=4AI^2=4\times9=36$
Donc $AB^2+AC^2=36-2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=36-10=26$.
$AB^2-AC^2=(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}).(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=\overrightarrow{CB}.(2\overrightarrow{AI})=4\overrightarrow{IB}.\overrightarrow{AI}=4\times(-3)=-12$.

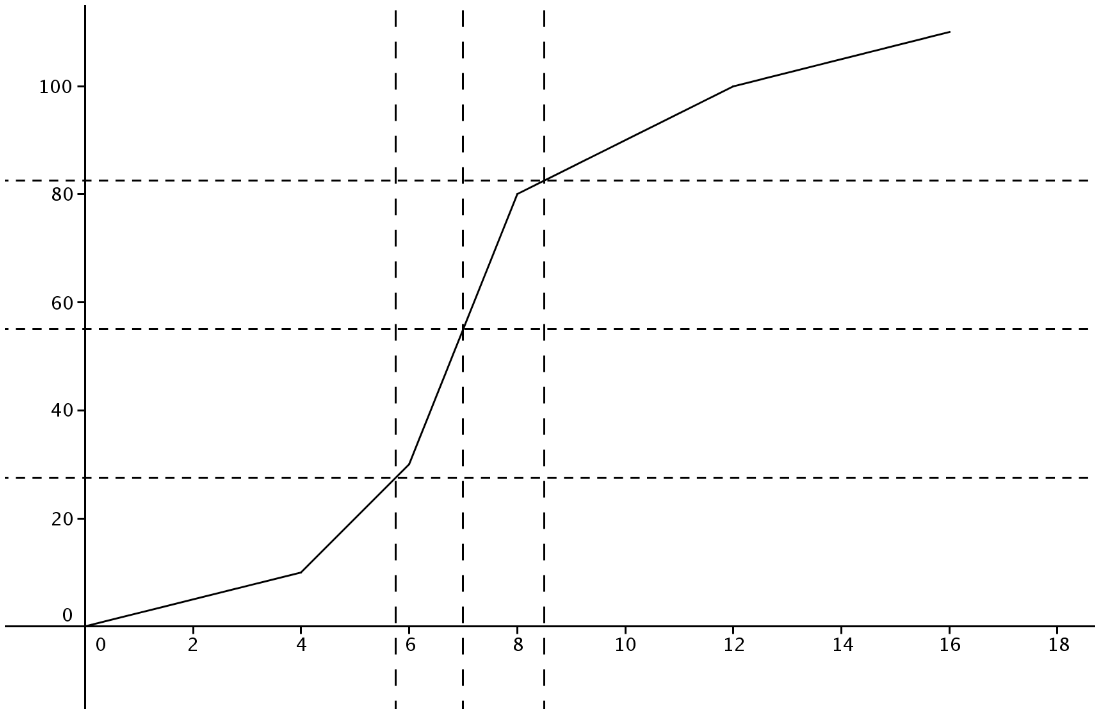
3.On a $\begin{cases}AB^2+AC^2=26\\AB^2-AC^2=-12\end{cases}$ donc $2AB^2=26-12=14$ donc $AB^2=7$ et on en déduit $AC^2=19$. Donc $AB=\sqrt{7}$ et $AC=\sqrt{19}$. On a $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AC\times\cos(\widehat{BAC})=\sqrt{7}\times\sqrt{19}\times\cos(\widehat{BAC})$ d'une part et d'autre part, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=5$. Donc $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AC\times\cos(\widehat{BAC})=\sqrt{7}\times\sqrt{19}\times\cos(\widehat{BAC})=\dfrac{5}{\sqrt{7}\times\sqrt{19}}\simeq0{,}43$
Ce qui donne $\widehat{BAC}\simeq64°$.

Exercice 4

a. En utilisant le centre des classes, on obtient $\bar{x} \simeq 7{,}36$. Les moteurs ont une durée de vie moyenne de 7 ans et 4 mois.

b. On obtient un écart type $s \simeq 2{,}99$ donc environ 3 ans.

1.a.



b. Par lecture graphique (ou par le calcul), on a une médiane égale à 7 ans.

c. Par lecture graphique (ou par le calcul), on a des quartiles Q1 = 5,75 ans soit 5 ans et 9 mois et Q3 = 8,5 ans soit 8 ans et 6 mois .