1èreS Mardi 6 janvier 2009

Devoir surveillé n°5

Exercice 1 (2 points)

Exprimer le nombre $A=-3\cos(x-5\pi)-2\cos(x-\frac{\pi}{2})+\sin(x+\frac{7\pi}{2})+2\sin(\frac{3\pi}{2}-x)$ uniquement à l'aide de $\sin x$.

Exercice 2 (12 points)

1. a) Vérifier que $\alpha=1$ est racine du polynôme $P(x)=4x^3-2x^2-3x+1$ (C'est-à-dire que $P(\alpha)=0$).
   b) Déterminer trois réels a, b et c tels que $P(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$.
   c) Résoudre l'équation $P(x)=0$.
2. a) Montrer que $\frac{2\pi}{5}$ et $\frac{4\pi}{5}$ sont solutions de l'équation $\cos(2t)=\cos(3t)$.
   b) Montrer que $\cos(3t)=4\cos^3 t-3\cos t$.
   c) On pose $\cos t=x$. Écrire l'équation $\cos(2t)=\cos(3t)$ en prenant x comme inconnue et en déduire qu'elle est équivalente à l'équation $P(x)=0$ avec $-1\leq x\leq 1$.
   d) Déduire des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos\frac{2\pi}{5}$ et $\cos\frac{4\pi}{5}$, puis celles de $\cos\frac{\pi}{5}$ et $\sin\frac{\pi}{5}$.

Exercice 3 (6 points)

ABC est un triangle tel que AB = 7, AC = 5 et BC = 4. On appelle B' le milieu de [AC] et C' le projeté orthogonal de C sur (AB).

1. Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2. Donner la valeur exacte du cosinus de l'angle $\hat{A}$ de ce triangle puis en déduire une valeur approchée en degrés de la mesure de cet angle.
3. Calculer la valeur exacte de BB'.
4. Calculer la valeur exacte de CC'.
5. La bissectrice de l'angle $\hat{A}$ coupe [BC] en I. La parallèle à (AI) passant par C coupe (AB) en J.
   a) Montrer que le triangle AJC est isocèle en A.
   b) Montrer que $\vec{BI}=\frac{7}{12}\vec{BC}$.

Devoir maison pour le 14 janvier : exercice 118 p :264 et 164 p : 292