**1èreS**

**Corrigé du devoir surveillé n°5**

## Exercice 1

$A=-3\cos(x-5\pi)-2\cos(x-\frac{\pi}{2})+\sin(x+\frac{7\pi}{2})+2\sin(\frac{3\pi}{2}-x)$

$=-3\cos(x+\pi)-2\cos(\frac{\pi}{2}-x)+\sin(x-\frac{\pi}{2})-2\sin(\frac{\pi}{2}-x)$

$=3\cos x-2\sin x-\sin(\frac{\pi}{2}-x)-2\sin(\frac{\pi}{2}-x)$

$=3\mathrm{cox}\, x-2\sin x-3\cos x=-2\sin x$

## Exercice 2

1. a) $P(1)=4\times1^3-2\times1^2-3\times1+1=4-2-3+1$ .

   b) $(x-1)(ax^2+bx+c)=ax^3+bx^2+cx-ax^2-bx-c=ax^3+(b-a)x^2+(c-b)x-c$ or

   $P(x)=4x^3-2x^2-3x+1$ donc on doit avoir $\begin{cases}a=4\\ b-a=-2\\ c-b=-3\\ -c=1\end{cases}$ .Ce qui donne $\begin{cases}a=4\\ b=2\\ c=-1\end{cases}$ donc

   $P(x)=(x-1)(4x^2+2x-1)$ .

   c) $P(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)(4x^2+2x-1) \Leftrightarrow x-1=0$ ou $4x^2+2x-1=0$ .

   Pour $4x^2+2x-1=0$ , $\Delta=20$ donc $\sqrt{\Delta}=2\sqrt{5}$ puis $x_1=\frac{-1-\sqrt{5}}{4}$ et $x_2=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$ .

   Pour $x-1=0$ , on obtient $x=1$ donc $S=\{\frac{-1-\sqrt{5}}{4};\frac{-1+\sqrt{5}}{4};1\}$

2. a) $\cos(2\times\frac{2\pi}{5})=\cos(\frac{4\pi}{5})$ et $\cos(3\times\frac{2\pi}{5})=\cos(\frac{6\pi}{5})=\cos(\frac{-4\pi}{5})=\cos(\frac{4\pi}{5})$ Donc $\frac{2\pi}{5}$ est solution de l'équation $\cos(2t)=\cos(3t)$ .

   $\cos(2\times\frac{4\pi}{5})=\cos(\frac{8\pi}{5})=\cos(\frac{-2\pi}{5})$ et $\cos(3\times\frac{4\pi}{5})=\cos(\frac{12\pi}{5})=\cos(\frac{2\pi}{5})=\cos(\frac{-2\pi}{5})$ Donc $\frac{4\pi}{5}$ est solution de l'équation $\cos(2t)=\cos(3t)$ .

   b) $\cos(3t)=\cos(2t+t)=\cos(2t)\cos t-\sin(2t)\sin t=(2\cos^2 t-1)\cos t-2\sin t\cos t\sin t$
   $=2\cos^3 t-\cos t-2\sin^2 t\cos t=2\cos^3 t-\cos t-2(1-\cos^2 t)\cos t=4\cos^3 t-3\cos t$ .

   c) $\cos(2t)=\cos(3t) \Leftrightarrow 2\cos^2 t-1=4\cos^3 t-3\cos t \Leftrightarrow 2x^2-1=4x^3-3x \Leftrightarrow P(x)=0$ .

   d) $\frac{2\pi}{5}$ et $\frac{4\pi}{5}$ sont solutions de l'équation $\cos(2t)=\cos(3t)$ donc $\cos\frac{2\pi}{5}$ et $\cos\frac{4\pi}{5}$ sont solutions $P(x)=0$ .Or $0<\frac{2\pi}{5}<\frac{\pi}{2}$ donc $0<\cos\frac{2\pi}{5}<1$ donc $\cos\frac{2\pi}{5}=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$ et $\frac{\pi}{2}<\frac{4\pi}{5}<\pi$ donc $-1<\cos\frac{4\pi}{5}<0$ donc $\cos\frac{4\pi}{5}=\frac{-1-\sqrt{5}}{4}$ .

   On a $\cos\frac{2\pi}{5}=2\cos^2\frac{\pi}{5}-1=1-2\sin^2\frac{\pi}{5}$ . Ce qui donne $\cos\frac{\pi}{5}=\sqrt{\frac{\frac{-1+\sqrt{5}}{4}+1}{2}}=\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{8}}$ et

   $\sin\frac{\pi}{5}=\sqrt{\frac{1-\frac{-1+\sqrt{5}}{4}}{2}}=\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$ .

**Exercice 3**

ABC est un triangle tel que AB = 7, AC = 5 et BC = 4. On appelle B' le milieu de [AC] et C' le projeté orthogonal de C sur (AB).

1. Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2. $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$ Donc $\cos \hat{A} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \times AC} = \frac{49+25-16}{70} = \frac{58}{70} = \frac{29}{35}$ donc $\hat{A} \approx 34°$ .
3. B' est le milieu de [AC] donc $BA^2 + BC^2 = 2BB'^2 + \frac{1}{2} AB^2$ donc $2BB'^2 = BA^2 + BC^2 - \frac{1}{2} AB^2 = \frac{105}{2}$ et $BB' = \sqrt{\frac{105}{4}} = \frac{\sqrt{105}}{2}$ .
4. $CC' = AC \sin \hat{A} = 5\sqrt{1-(\frac{29}{35})^2} = 5\sqrt{\frac{384}{35^2}} = \frac{40\sqrt{6}}{35} = \frac{8\sqrt{6}}{7}$ .

   a) Les angles $\widehat{IAC}$ et $\widehat{ACJ}$ sont alternes-internes et les droites (IA) et (CJ) sont parallèles donc $\widehat{IAC} = \widehat{ACJ}$ . Les angles $\widehat{IAB}$ et $\widehat{CJA}$ sont correspondants et les droites (IA) et (CJ) sont parallèles donc $\widehat{IAB} = \widehat{CJA}$ . comme $\widehat{IAB} = \widehat{IAC}$ on a $\widehat{CJA} = \widehat{ACJ}$ et le triangle AJC est isocèle en A.

   b) $AJ = AC = 5$ donc $BJ = 12$ et $\vec{BA} = \frac{7}{12}\vec{BJ}$ . Dans le triangle BCJ, (AI) est parallèle à (CJ) donc d'après la propriété de Thalès, si $\vec{BA} = k\vec{BJ}$ alors $\vec{BI} = k\vec{BC}$ . Donc $\vec{BI} = \frac{7}{12}\vec{BC}$ .