

Devoir surveillé n°8

Exercice 1 (4 points)

Dans cet exercice, les tracés seront effectués sur la feuille annexe jointe au sujet (figure 1). ABCDEFGH est un cube. M est un point du segment $[EF]$, et N un point du segment $[FG]$.

1. Tracer la section du cube ABCDEFGH par le plan (BMN).
2. La droite d_1 est l'intersection des plans (BMN) et (ABC). Tracer d_1 en justifiant sa construction.
3. Dans la suite de l'exercice, le plan P est le plan parallèle au plan (BMN) passant par A. La droite d_2 est l'intersection des plans P et (ABC). Tracer d_2 en justifiant sa construction.
4. Tracer en justifiant la droite d_3 , intersection du plan P et du plan (ABE).
5. Cette droite d_3 est-elle sécante à la droite (EF) ? Justifier.
6. La droite d_3 coupe la droite (EF) en un point K. Justifier que le point K appartient aux plans P et (EFG). En déduire la construction de la droite d_4 , intersection des plans (EFG) et P.
7. Terminer la construction de la section du cube par le plan P. (On ne demande pas de justifications)

Exercice 2 (6 points)

Dans cet exercice, les tracés seront effectués sur la feuille annexe (figure 2) :

Soit un cube ABCDEFGH

1. a) Les vecteurs \vec{AG} , \vec{EC} , et \vec{BF} sont-ils coplanaires ? Pourquoi ?
b) Les vecteurs \vec{BD} , \vec{BF} , et \vec{AB} sont-ils coplanaires ? Pourquoi ?
2. a) Construire les points M et N tels que : $\vec{BM} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AE}$ et $\vec{AN} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BG}$.
b) Montrer que les points A, M, et N sont alignés .
3. a) Construire le point P tel que : $\vec{AP} = \frac{2}{5}\vec{AB} + \vec{BF} + \frac{2}{5}\vec{FG}$.
b) Démontrer que le point P appartient au plan (EFH).

Exercice 3 (6 points)

L'espace est muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points suivants :

$A(1;1;9)$; $B(-2;1;0)$; $C(0;-3;-2)$; $D(1;0;2)$ et $E(3;-3;0)$.

1. Montrer que A, B et C ne sont pas alignés.
2. Vérifier que $3x + 2y - z + 4 = 0$ est une équation du plan (ABC).
3. Les vecteurs \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{DE} sont-ils coplanaires ? Que peut-on en déduire pour la droite (DE) par rapport au plan (ABC) ?
4. Déterminer les coordonnées du point d'intersection F de la droite (DE) et du plan (ABC).

Exercice 4 (4 points)

On lance deux dés équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

On note x le nombre apparu sur le premier dé et y celui apparu sur le second. On définit une variable aléatoire X par $X = |x - y|$.

1. Définir la loi de probabilité de X.
2. Calculer l'espérance et la variance de X.

ANNEXE

