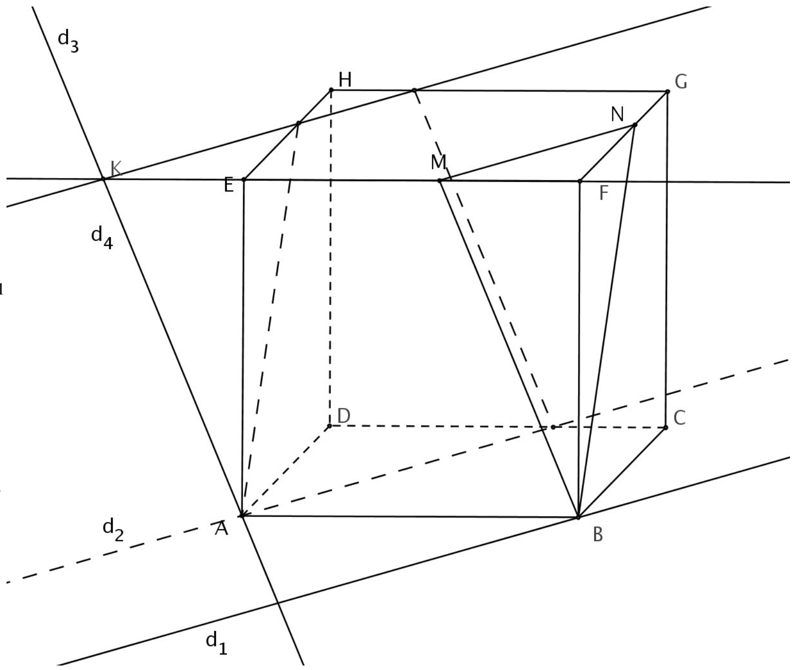
1èreS

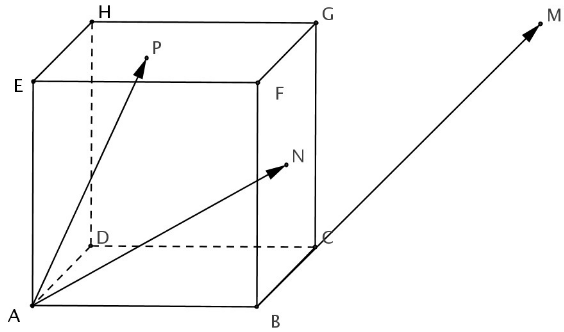
Corrigé du devoir surveillé n°8

Exercice 1



1. Voir figure.
2. Les plans (ABC) et (EFG) sont parallèles, donc les plan (BMN) les coupe en deux droites parallèles. d_1 est donc la parallèle à (MN) passant par B.
3. Le plan (ABC) coupe les plans (BNM) et P en deux droites parallèles, donc d_2 est la parallèle à d_1 passant par A.
4. Le plan (ABE) coupe les plans (BNM) et P en deux droites parallèles, donc d_2 est la parallèle à (BM) passant par A.
5. d_3 est-elle sécante à la droite (EF) car ce sont deux droites du plan (ABE).
6. $K \in P$ Car $K \in d_3$ et $K \in (EFG)$ Car $K \in (EF)$. Le plan P coupe les plans (ABC) et (EFG) en deux droites parallèles, donc d_4 est la parallèle à d_2 passant par K.
7. Voir figure.

Exercice 2 (6 points)



1. a) Les droites (AE) et (CG) sont parallèles, donc les points A, E, C et G sont coplanaires et les vecteurs $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{EC}$, et $\overrightarrow{CG}$ aussi. De plus $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CG}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{EC}$, et $\overrightarrow{BF}$ sont coplanaires.
   b) Les points B, A, D et F ne sont pas coplanaires ($F \notin (BAD)$) donc les vecteurs $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BF}$, et $\overrightarrow{AB}$ ne sont pas coplanaires.
2. a) Voir figure.
   b) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG} = 2\overrightarrow{AN}$ donc $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires et les points A, M et N sont alignés.
3. a) Voir figure.
   b) $\overrightarrow{EP} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{EA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \frac{2}{5}\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{AE} + \frac{2}{5}\overrightarrow{EH} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EF} + \frac{2}{5}\overrightarrow{EH}$ donc $\overrightarrow{EP}$, $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EH}$ sont coplanaires et $P \in (EFH)$.

Exercice 3 (6 points)

1. On a $\overrightarrow{AB}(-3;0;-9)$ et $\overrightarrow{AC}(-1;-4;-11)$ or $\frac{-1}{-3} \neq \frac{0}{-4}$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires et A, B et C ne sont pas alignés.
2. $3x+2y-z+4=0$ est une équation de plan. Les coordonnées des points non alignés A, B et C vérifient cette équation, donc c'est l'équation de (ABC).
3. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont coplanaires s'il existe α et β tels que $\overrightarrow{DE} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$. On a $\overrightarrow{DE}(2;-3;-2)$ donc il faut résoudre le système $\begin{cases} -3\alpha - \beta = 2 \\ -4\beta = -3 \\ -9\alpha - 11\beta = -2 \end{cases}$ Les deux premières lignes donnent $\beta = \frac{3}{4}$ et $\alpha = -\frac{11}{12}$ mais ces valeurs ne vérifient pas la troisième équation. Le système n'a pas de

solutions donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DE}$ ne sont pas coplanaires. La droite (DE) n'est donc pas parallèle au plan (ABC), elle est sécante à ce plan.

4. $F(x;y;z)\in(DE)$ donc il existe k tel que $\overrightarrow{DF}=k\,\overrightarrow{DE}$. On a $\overrightarrow{DF}(x-1;y;z-2)$ et $\overrightarrow{DE}(2;-3;-2)$ ce qui donne $\begin{cases} x=2k+1 \\ y=-3k \\ z=-2k+2 \end{cases}$ Par ailleurs, $F\in(ABC)$ donc ses coordonnées vérifient l'équation de (ABC) et on a $3(2k+1)+2(-3k)-(-2k+2)+4=0 \iff 2k+5=0 \iff k=-\frac{5}{2}$. En remplaçant k par cette valeur on obtient $\begin{cases} x=-4 \\ y=\frac{15}{2} \\ z=7 \end{cases}$. Donc on a $F(-4;\frac{15}{2};7)$.

Exercice 4 (4 points)

1. On a $6\times6=36$ issues possibles pour cette expérience aléatoire. Les valeurs possibles pour X sont 0; 1; 2; 3; 4 et 5. A l'aide d'un tableau (Par exemple) on obtient :

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$

2. $E(X)=0\times\frac{6}{36}+1\times\frac{10}{36}+2\times\frac{8}{36}+3\times\frac{6}{36}+4\times\frac{4}{36}+5\times\frac{2}{36}=\frac{70}{36}\approx1{,}94$

$V(X)=0^2\times\frac{6}{36}+1^2\times\frac{10}{36}+2^2\times\frac{8}{36}+3^2\times\frac{6}{36}+4^2\times\frac{4}{36}+5^2\times\frac{2}{36}-(E(X))^2=\frac{210}{36}-\frac{4900}{1296}=\frac{2660}{1296}\approx2{,}05$