1èreS 1

correction du devoir surveillé n°1

Exercice 1

La fonction f est la somme des fonctions u, v, et w telles que $u(x)=x^2$, $v(x)=4x-3$ et $w(x)=-\frac{1}{x}$. Or, u est croissante sur $]0;+\infty[$, v est croissante et w est l'opposé de la fonction inverse donc w est croissante sur $]0;+\infty[$ donc f, somme de trois fonctions croissantes sur $]0;+\infty[$, est croissante sur $]0;+\infty[$.

Exercice 2

1. $f(x)=w\circ v\circ u(x)$ Avec $u(x)=2x+1$, $v(x)=x^2$ et $w(x)=4x-9$.

   Or, u est croissante, si $x\in]-\infty;-\frac{1}{2}]$ alors $u(x)\in]-\infty;0]$ et v est décroissante sur $]-\infty;0]$ et w est croissante. Donc f est décroissante sur $]-\infty;-\frac{1}{2}]$.

2. $g(x)=w\circ v\circ u(x)$ Avec $u(x)=x-9$, $v(x)=\frac{1}{x}$ et $w(x)=-4x+3$.

   Or, u est croissante, si $x\in[0;9[$ alors $u(x)\in[-9;0[$ et v est décroissante sur $[-9;0[$ et w est décroissante. Donc g est croissante sur $[0;9[$.

3. $h(x)=t\circ w\circ v\circ u(x)$ Avec $u(x)=x-1$, $v(x)=\frac{1}{x}$, $w(x)=x+3$ et $t(x)=\sqrt{x}$.

   Or, u est croissante, si $x\in]1;+\infty[$ alors $u(x)\in]0;+\infty[$ et v est décroissante sur $]0;+\infty[$, w est croissante et si $x\in]1;+\infty[$ alors $v(u(x))\in]0;+\infty[$ puis $w(v(u(x)))\in]3;+\infty[$ et t est définie et croissante sur $]3;+\infty[$. Donc h est décroissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3

$u\circ v(x)=u(x^2)=2x^2-3$

$v\circ w(x)=v(1-3x)=(1-3x)^2=9x^2-6x+1$

$v\circ w\circ v(x)=v\circ w(v(x))=9(x^2)^2-6x^2+1=9x^4-6x^2+1$

Exercice 4

1. $v\circ u(x)$ est défini si $x\in D_u$ et si $u(x)\in D_v$. $x\in D_u \Leftrightarrow x\neq 2$ et $u(x)\in D_v \Leftrightarrow \frac{x+3}{x-2}\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -3$ donc $D_{v\circ u}=\mathbb{R}\setminus\{-3;2\}$.

   $u\circ v(x)$ est défini si $x\in D_v$ et si $v(x)\in D_u$. $x\in D_v \Leftrightarrow x\neq 0$ et $v(x)\in D_u \Leftrightarrow \frac{1}{x}\neq 2 \Leftrightarrow x\neq\frac{1}{2}$ donc $D_{u\circ v}=\mathbb{R}\setminus\{0;\frac{1}{2}\}$.

2. $v\circ u(x)=v(u(x))=\dfrac{1}{\frac{x+3}{x-2}}=\dfrac{x-2}{x+3}$.

   $u\circ v(x)=u(v(x))=\dfrac{\frac{1}{x}+3}{\frac{1}{x}-2}=\dfrac{\frac{1+3x}{x}}{\frac{1-2x}{x}}=\dfrac{1+3x}{1-2x}$.

Exercice 5

1. $g(x)$ est défini si $f(x-3)$ est défini c'est-à-dire, si $x-3 \in D_f$.

   $x-3 \in D_f \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq x-3 \leq \frac{7}{2} \Leftrightarrow -\frac{3}{2}+3 \leq x \leq \frac{7}{2}+3 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \leq x \leq \frac{13}{2}$. Donc D_g=$[\frac{3}{2};\frac{13}{2}]$

2.