1èreS1

Corrigé du devoir surveillé n°5

Exercice 1

1. a. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(4+h)-f(4)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\dfrac{-2}{h-1}-2}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\dfrac{-2h}{h-1}}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{-2}{h-1}=2$ donc $f'(4)=2$.

b. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\sqrt{h+1}-1}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(\sqrt{h+1}-1)(\sqrt{h+1}+1)}{h(\sqrt{h+1}+1)}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{h}{h(\sqrt{h+1}+1)}=\lim\limits_{1\to 0}\dfrac{h}{\sqrt{h+1}+1}=\dfrac{1}{2}$ donc $f'(0)=\dfrac{1}{2}$.

2. a. $f'(x)=\dfrac{2}{(x-5)^2}$ donc $f'(4)=2$.

b. $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{(x+1)}}$ donc $f'(0)=\dfrac{1}{2}$

Exercice 2

1. $f_1'(x)=-6x+5$
2. $f_2'(x)=\dfrac{\dfrac{x}{2\sqrt{x}}-\sqrt{x}}{x^2}=\dfrac{-x}{2x^2\sqrt{x}}=\dfrac{-\sqrt{x}}{2x^2}$
3. $f_3'(x)=\cos^2 x-\sin^2 x$

Exercice 3

1. $f(1)=0$ et $f'(x)=\dfrac{(x^2+3)-2x(x-1)}{(x^2+3)^2}=\dfrac{-x^2+2x+3}{(x^2+3)^2}$ donc $f'(1)=\dfrac{1}{4}$. Par suite,

   $f(1+h)\approx f(1)+hf'(1)=\dfrac{1}{4}h$ pour h proche de 0.

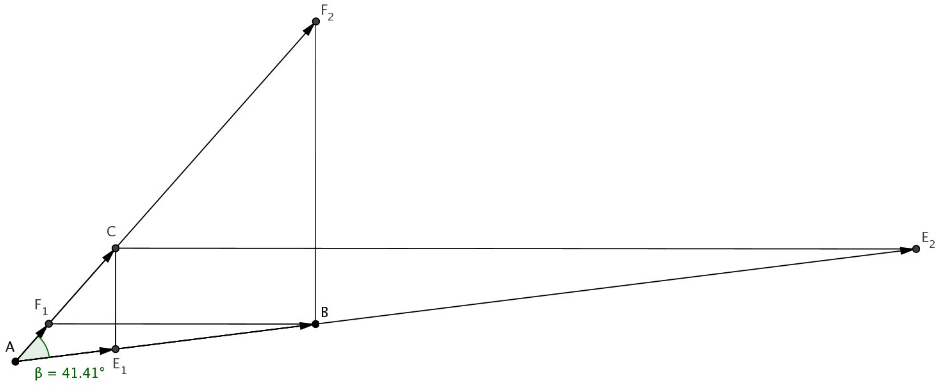
2. $f(0{,}998)=f(1-0{,}002)\approx\dfrac{1}{4}(-0{,}002)\approx-0{,}0005$ .Or $f(0{,}998)=\dfrac{-0{,}002}{(0{,}998^2+3)}=\dfrac{-0{,}002}{3{,}996004}\approx-0{,}0005005$ donc l'erreur commise avec l'approximation précédente est de l'ordre de 5×10^{-7} .

Exercice 4

1. $\cos\widehat{BAC}=\dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{AB\times AC}=\dfrac{3}{4}$ donc $\widehat{BAC}\approx 41{,}4°$
2. $(CE)\perp(BF)\Leftrightarrow\overrightarrow{CE}.\overrightarrow{BF}=0\Leftrightarrow(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AE}).(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AF})=0\Leftrightarrow\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AF}=0$

   $\Leftrightarrow 6-2^2k-4^2k+6k^2=0\Leftrightarrow 6k^2-20k+6=0$

   Cette équation a pour solutions $k_1=\dfrac{1}{3}$ et $k_2=3$.



Exercice 5

1. Voir ci-contre.
2. $\cos\widehat{BAC}=\dfrac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\,AB\times AC}=\dfrac{1}{2}$ donc $\widehat{BAD}=\dfrac{\widehat{BAC}}{2}=30°$. $\cos\widehat{ABC}=\dfrac{AB^2+BC^2-AC^2}{2\,AB\times BC}=\dfrac{9}{2\sqrt{39}}\approx 0{,}721$ donc $\widehat{ABC}\approx 43{,}9°$. $\widehat{ADB}=180-\widehat{ABC}-\widehat{BAD}\approx 106{,}1°$.
3. $\dfrac{BD}{\sin\widehat{BAD}}=\dfrac{AB}{\sin\widehat{ADB}}$ donc $BD=\dfrac{AB\sin\widehat{BAD}}{\sin\widehat{ADB}}\approx 3{,}64$.
4. De la même façon que pour BD mais dans le triangle BEC, on trouve $\widehat{BCE}\approx 38{,}05°$, $\widehat{BEC}\approx 98{,}05°$ puis $BE\approx 3{,}89$. $DE^2=BE^2+BD^2-2\,BE\times BD\cos\widehat{DEB}\approx 7{,}97$ donc $DE\approx 2{,}82$.