corrigé du devoir surveillé n°7

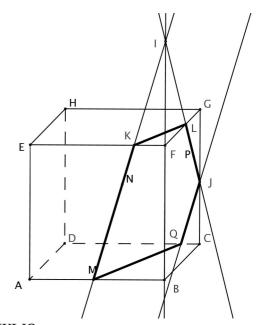
Exercice 1

1. Il s'agit de la droite (MN) car $(MN) \subset (MNP)$ et $M \in [AB]$ donc $M \in (ABE)$, $N \in ABEF$ donc $N \in (ABE)$ donc $(MN) \subset (ABE)$ et donc $(ABE) \cap (MNP) = (MN)$.

2. (MN) et (BF) sont coplanaires dans (ABF) donc elles sont sécantes. Leur point d'intersection est sur (MN) et sur le plan (BCF), donc c'est I.

3. J est l'intersection des droites (IP) et (GC) car $(IP) \in (BFG)$ et $(GC) \in (BFG)$ de plus $I \in (MN)$ donc $(IP) \in (MNP)$. Les plans (ABE) et (DCG) sont parallèles, donc leurs intersections respectives par le plan (MNP) sont deux droites parallèles. L'intersection de (MNP) et (DCG) est donc la parallèle à (MN) passant par J.

4. Posons $K = (MN) \cap (EF)$ (dans (ABE)), $L = (IP) \cap (FG)$ (dans (BFG)), et Q l'intersection de la parallèle à (MN) passant par J avec la droite (DC) (dans (DCG)). La section cherchée est alors le polygone MKLJQ.



Exercice 2

1. On a $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$ et $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{HG} - \overrightarrow{BG}$ donc $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{BG}$ et les trois vecteurs sont coplanaires.

2.
$$\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$$
 et $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EN} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AE}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{DM}$ donc les vecteurs \overrightarrow{DM} et \overrightarrow{DN} sont colinéaires et les point D, M et N sont alignés.

Exercice 3

1. Pour la première étiquette, on a le chois entre trois colis, pour la seconde il reste deux colis et on a plus de chois pour la troisième. Ainsi il y a 3×2×1=6 répartitions possibles des étiquettes. Parmi ces 6 répartitions, il y en a une pour laquelle tous les colis arrivent à leur destinataire correct, aucune pour laquelle il y a exactement deux destinataires corrects, trois pour lesquelles il y a exactement un destinataire correct (une par destinataire, les deux autres étant inversés) et donc deux pour lesquelles il n'y a aucun destinataire correct. On a donc

X_i	0	1	2	3
p_i	<u>2</u> 6	<u>3</u> 6	0	$\frac{1}{6}$

2.
$$E(X) = \frac{2}{6} \times 0 + \frac{3}{6} \times 1 + 0 \times 2 + \frac{1}{6} \times 3 = 1$$
.
 $V(X) = \frac{2}{6} \times (0 - 1)^2 + \frac{3}{6} \times (1 - 1)^2 + 0 \times (2 - 1)^2 + \frac{1}{6} \times (3 - 1)^2 = 1$.

Exercice 4

- 1. Il y a $6 \times 5 \times 4 = 120$ possibilités de tirage (on discerne les deux A)
 - a. Il y a une possibilité d'obtenir le mot BON parmi les 120 précédentes, donc la probabilité cherchée est de $\frac{1}{120}$.
 - b. Il y a deux possibilités d'obtenir le mot *BAL* (Il y a deux *A*) parmi les 120 précédentes, donc la probabilité cherchée est de $\frac{2}{120} = \frac{1}{60}$.
- 2. Il y a six possibilités de tirer les trois lettres B, O et N (c'est le nombre d'ordres possibles sur trois éléments), donc la probabilité cherchée est de $\frac{6}{120} = \frac{1}{20}$.

Exercice 5

La coccinelle a trois possibilité quand elle arrive a un sommet, au bout de trois minutes elle a effectué trois chois de parcours, elle a donc $3^3=27$ parcours possibles.

- 1. Pour être en A après 3 minutes, il y a trois possibilités au départ, deux possibilités après une minute car on ne doit pas aller vers A et une possibilité après deux minutes car il faut se diriger vers A. Il y a donc $3\times2\times1=6$ parcours possibles et la probabilité cherchée est donc $\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$. (On peut aussi faire un arbre et compter les possibilités dessus)
- 2. Si on veut éviter le point B, on a seulement deux possibilités à chaque sommet. Le nombre de parcours possibles est donc $2^3=8$ et la probabilité cherchée est $\frac{8}{27}$.