1èreS1

corrigé du devoir surveillé n°9

Exercice 1

a. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4}{x+1}=\text{"}\dfrac{4}{+\infty+1}\text{"}=0$

b. $\lim\limits_{\substack{x\to3\\x>3}}\dfrac{1-x^2}{x-3}=\text{"}\dfrac{1-3^2}{0^+}\text{"}=\text{"}\dfrac{-8}{0^+}\text{"}=-\infty$

c. $\lim\limits_{x\to-\infty}4x^2+2x-5=\lim\limits_{x\to-\infty}x^2(4+\dfrac{2}{x}-\dfrac{5}{x^2})=\text{"}+\infty(4+0-0)\text{"}=+\infty$

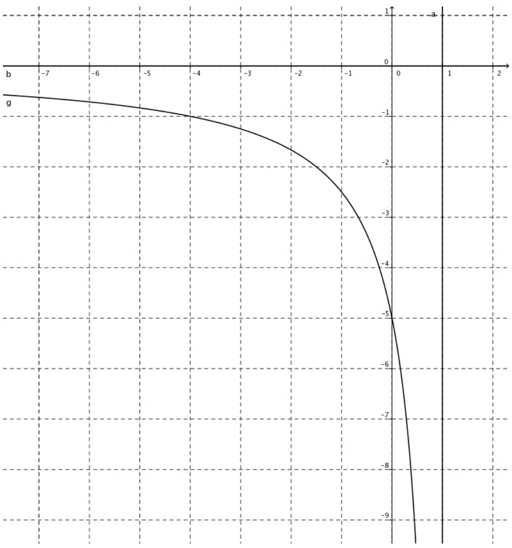
d. $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x<-1}}\dfrac{x^2+2x+1}{x^2-2x-3}=\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x<-1}}\dfrac{(x+1)^2}{(x+1)(x-3)}=\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x<-1}}\dfrac{x+1}{x-3}=\dfrac{-1+1}{-1-4}=0$

Exercice 2

1. $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5}{x-1}=\text{"}\dfrac{5}{-\infty-1}\text{"}=0$ et $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}\dfrac{5}{x-1}=\text{"}\dfrac{5}{0^-}\text{"}=-\infty$.
2. $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ donc la droite d'équation $y=0$ est asymptote à C . De plus, quand $x<1$, $x-1<0$ donc $f(x)<0$ et la courbe est en dessous de cette asymptote.
   $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}f(x)=-\infty$ donc la droite d'équation $x=1$ est asymptote à C . f est définie sur $]-\infty;1[$ donc la courbe est à gauche de cette asymptote.
3. $f'(x)=\dfrac{-5}{(x-1)^2}<0$ donc f est décroissante et on a

x	$-\infty$	1
$f(x)$	0 ↘	$-\infty$

4.

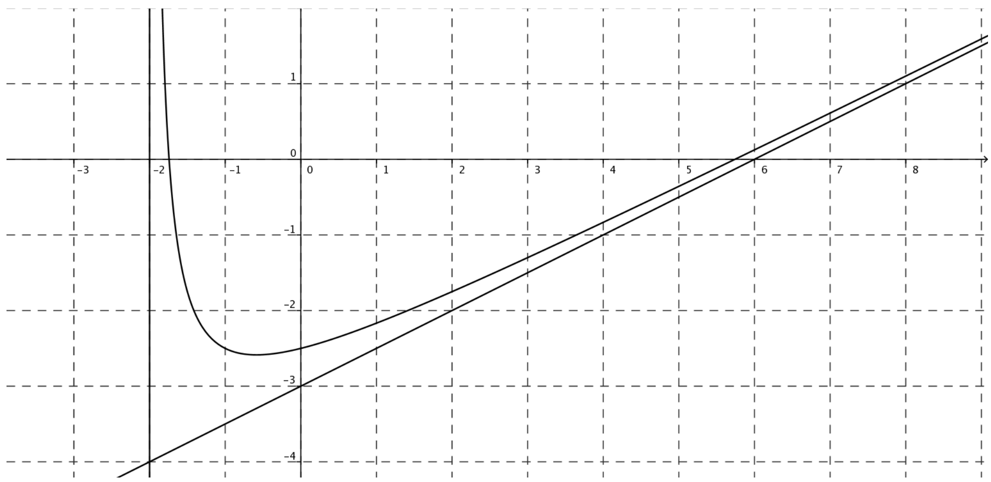


Exercice 3

1. $g(x)=ax+b+\frac{c}{x+2}=\frac{ax(x+2)+b(x+2)+c}{x+2}=\frac{2ax^2+(4a+2b)x+4b+2c}{2x+4}$. On doit donc résoudre le système $\begin{cases}2a=1\\4a+2b=-4\\4b+2c=-10\end{cases}$ qui donne $a=\frac{1}{2}$, $b=-3$ et $c=1$ donc $g(x)=\frac{1}{2}x-3+\frac{1}{x+2}$.
2. $g'(x)=\frac{1}{2}-\frac{1}{(x+2)^2}=\frac{(x+2)^2-2}{2(x+2)^2}=\frac{(x+2-\sqrt{2})(x+2+\sqrt{2})}{2(x+2)^2}$ or $x\in]-2;+\infty[$ donc $x+2+\sqrt{2}>0$ et $g'(x)$ est du signe de $x+2-\sqrt{2}$.
$\lim\limits_{\substack{x\to-2\\x>-2}} g(x)="\frac{1}{2}\times(-2)-3+\frac{1}{0^+}"=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)="\frac{1}{2}\times(+\infty)-3+\frac{1}{+\infty+2}"="+\infty-3+0"=+\infty$
donc on a :

x	-2		$-2+\sqrt{2}$		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-4+\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

3. $\lim\limits_{x\to+\infty}(g(x)-(\frac{1}{2}x-3))=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x+2}="\frac{1}{+\infty+2}"=0$ donc la droite d'équation $y=\frac{1}{2}x-3$ est asymptote à C .
4. remarque : la droite d'équation $x=-2$ est asymptote verticale à la courbe C



Exercice 4

1. $2\vec{IA}-\vec{IB}=\vec{0}$ donc I est le barycentre de $(A,2)$ et $(B,-1)$. $\vec{GI}+3\vec{GC}=\vec{0}$ donc G est le barycentre de $(I,1)$ et $(C,3)$. Le barycentre de $(A,2)$, $(B,-1)$ et $(C,3)$ est aussi celui de $(I,2+(-1))$ et $(C,3)$ c'est-à-dire de $(I,1)$ et $(C,3)$ donc c'est G .
2. K est le barycentre de $(B,-1)$ et $(C,3)$ donc $K\in(BC)$. G est le barycentre de $(A,2)$, $(B,-1)$ et $(C,3)$ donc aussi celui de $(A,2)$ et $(K,-1+3)$ c'est-à-dire de $(A,2)$ et $(K,2)$ donc $G\in(AK)$ et donc $K\in(AG)$. Comme A , B et C ne sont pas alignés, on peut dire que (BC) et (AK) ne sont pas confondues et $K=(BC)\cap(AG)=H$.
3. H est le barycentre de $(B,-1)$ et $(C,3)$ donc
$-\vec{HB}+3\vec{HC}=\vec{0}$ $\Leftrightarrow$ $-\vec{HB}+3\vec{HB}+3\vec{BC}=\vec{0}$ $\Leftrightarrow$ $\vec{BH}=\frac{3}{2}\vec{BC}$ donc $\lambda=\frac{3}{2}$.