1èreS2

corrigé du devoir surveillé n°2

Exercice 1

$u\circ v(-x)=u(v(-x))=u(-v(x))=u(v(x))=u\circ v(x)$ donc $u\circ v$ est paire.

$w\circ u(-x)=w(u(-x))=w(u(x))=w\circ u(x)$ donc $w\circ u$ est paire**.**

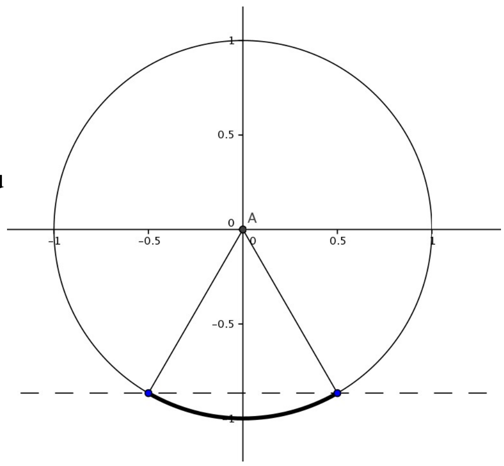
$w\circ v(-x)=w(v(-x))=w(-v(x))$. On peux rien dire de ça donc a priori $w\circ v$ n'est ni paire ni impaire. (On peut prendre comme contre-exemple $w(x)=x+1$ et $v(x)=x$)

$u\circ w(-x)=u(w(-x))$. On peux rien dire de ça donc a priori $u\circ w$ n'est ni paire ni impaire. (On peut prendre comme contre-exemple $w(x)=x+1$ et $v(x)=x^2$)

Exercice 2

1. $a+\frac{b}{x-3}=\frac{a(x-3)+b}{x-3}=\frac{ax-3a+b}{x-3}$. On cherche donc a et b tels que $a=1$ et $-3a+b=-1$. Ceci donne $a=1$ et $b=2$ donc $f(x)=1+\frac{2}{x-3}$.
2. Posons $y=f(x)$. On a donc $y=1+\frac{2}{x-3} \Leftrightarrow y-1=\frac{2}{x-3} \Leftrightarrow x-3=\frac{2}{y-1} \Leftrightarrow x=3+\frac{2}{y-1}$. On a alors, $g\circ f(x)=x \Leftrightarrow g(y)=3+\frac{2}{y-1}$ ce qui définit la fonction g. cette fonction est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$
3. $f\circ g(x)=1+\frac{2}{g(x)-3}=1+\frac{2}{3+\frac{2}{x-1}-3}=1+\frac{2}{\frac{2}{x-1}}=1+\frac{2(x-1)}{2}=1+x-1=x$. Les fonctions $g\circ f$ et $f\circ g$ ne sont pas égales car leur ensemble de définition est différent.

Exercice 3



1. L'équation $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ équivaut à $\sin x=\sin(-\frac{\pi}{3})$ et donne $x=-\frac{\pi}{3}(2\pi)$ ou $x=\pi-(-\frac{\pi}{3})(2\pi)$, c'est-à-dire $x=-\frac{\pi}{3}$ ou $x=-\frac{2\pi}{3}$ en mesure principale. En examinant le sens de variation de la fonction sinus sur $]-\pi;\pi]$ ou en regardant le cercle trigonométrique on obtient que $\sin x<-\frac{\sqrt{2}}{2}$ pour $x\in]-\frac{2\pi}{3};-\frac{\pi}{3}[$.
2. Quel que soit x , $-1\le\cos x\le 1$ donc sur $]-\pi;\pi]$ l'ensemble des solutions est $]-\pi;\pi]$.

Exercice 4

1. $\sin 3x=-1 \Leftrightarrow \sin 3x=\sin(-\frac{\pi}{2})$ ce qui donne :

   $3x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ donc $x=-\frac{\pi}{6}+\frac{2}{3}k\pi$. Sur $[0;2\pi[$ on a donc les solutions $x=\frac{\pi}{2}(k=1)$, $x=\frac{7\pi}{6}(k=2)$ et $x=\frac{11\pi}{6}(k=3)$.
2. $\cos(x+\frac{\pi}{3})=\sin(\frac{\pi}{2}-x) \Leftrightarrow \cos(x+\frac{\pi}{3})=\cos x$ ce qui donne :

   $x+\frac{\pi}{3}=x+2k\pi$ ou $x+\frac{\pi}{3}=-x+2k\pi$ c'est-à-dire $\frac{\pi}{3}=2k\pi$ donc pas de solutions ici ou

   $2x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$ et sur $[0;2\pi[$ on a donc les solutions $x=\frac{5\pi}{6}(k=1)$ et $x=\frac{11\pi}{6}(k=2)$

Exercice 5

1. $x_A = r_A \cos\theta_A = 5\cos(-\frac{\pi}{2}) = 0$ et $y_A = r_A \sin\theta_A = 5\sin(-\frac{\pi}{2}) = -5$

   $x_B = r_B \cos\theta_B = 4\sqrt{3}\cos(-\frac{5\pi}{6}) = 4\sqrt{3} \times \frac{-\sqrt{3}}{2} = -6$ et

   $y_B = r_B \sin\theta_B = 4\sqrt{3}\sin(-\frac{5\pi}{6}) = 4\sqrt{3} \times \frac{-1}{2} = -2\sqrt{3}$.

2. $r_C = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$. $\cos\theta_C = \frac{-3}{3\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\theta_C = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ donc $\theta_C = \frac{3\pi}{4}$.

3. $r_D = \sqrt{(-\sqrt{2})^2 + \sqrt{6}^2} = 2\sqrt{2}$. $\cos\theta_D = \frac{-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$ et $\sin\theta_D = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ donc $\theta_D = \frac{2\pi}{3}$.