1èreS2

Corrigé du devoir surveillé n°5

Exercice 1

1. a. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{-(1+h)^2+2(1+h)-3+2}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{-h^2}{h}=\lim\limits_{h\to 0}-h=0$ donc $f'(1)=0$.

b. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{h+1}{h-2}+\frac{1}{2}}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{3\text{h}}{2(h-2)}}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{3}{2(h-2)}=-\dfrac{3}{4}$ donc $f'(0)=-\dfrac{3}{4}$.

2. a. $f'(x)=-2x+2$ donc $f'(1)=0$.

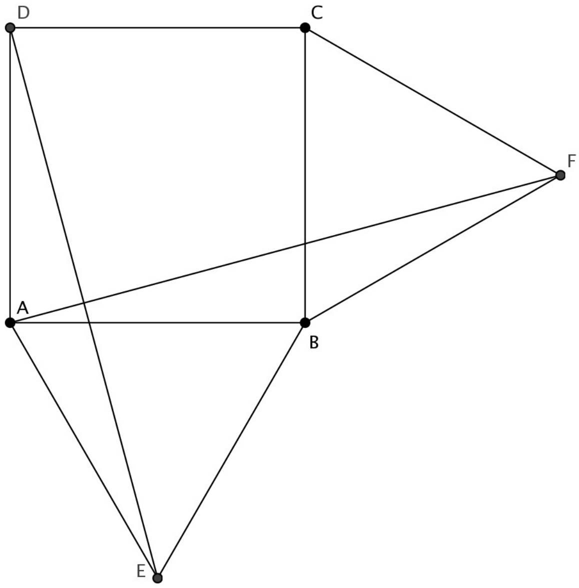
b. $f'(x)=\dfrac{-3}{(x-2)^2}$ donc $f'(0)=-\dfrac{3}{4}$.

Exercice 2

1. $f_1'(x)=-6x+5$
2. $f_2'(x)=4\times 5(5x+2)^3=20(5x+2)^3$
3.
4. $f_3'(x)=2\sqrt{x}+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}(2x-3)=\dfrac{6x-3}{2\sqrt{x}}$
5. $f_4'(x)=-4\sin(4x+\pi)=4\sin(4x)$

Exercice 3

$f'(-4)=-3$; $f'(-2)=f'(0)=\dfrac{3}{4}$; $f'(2)=0$.



Exercice 4

1. Voir ci-contre.
2. Comme ABE est équilatéral, le projeté orthogonal de E sur (AB) est situé au milieu de [AB] donc
   $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BE}=-a\times\dfrac{a}{2}=-\dfrac{a^2}{2}$ et de même $\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{BF}=-\dfrac{a^2}{2}$
3. $(AF)\perp(DE) \Leftrightarrow \overrightarrow{AF}.\overrightarrow{DE}=0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}).(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE})=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{AE}=0$
   Or ABCD est un carré donc $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DA}=0$, $\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{CB}=-\dfrac{a^2}{2}$ et
   $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}.(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE})=a^2-\dfrac{a^2}{2}=\dfrac{a^2}{2}$. De plus,
   $(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{BF})=(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB})+(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BF})=\dfrac{\pi}{3}-(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BF})=\dfrac{\pi}{3}-(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{3})=-\dfrac{\pi}{2}$ donc $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{BF}=0$. Par suite,
   $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{DE}=0$ et les droites (AF) et (DE) sont perpendiculaires.

Exercice 5

1. $S=\dfrac{1}{2}bc\sin\widehat{BAC}$.
2. $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\widehat{BAC}$ donc $2bc\cos\widehat{BAC}2=b^2+c^2-a^2 \Leftrightarrow 4b^2c^2\cos^2\widehat{BAC}=(b^2+c^2-a^2)^2$ donc
   $4b^2c^2\sin^2\widehat{BAC}=4b^2c^2(1-\cos^2\widehat{BAC})=4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2$.
3. $S^2=\dfrac{1}{4}b^2c^2\sin^2\widehat{BAC}=\dfrac{1}{16}(4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2)$.
4. $S^2=\dfrac{1}{16}(4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2)=\dfrac{1}{16}(2bc-(b^2+c^2-a^2))(2bc+(b^2+c^2-a^2))=\dfrac{1}{16}(a^2-(b-c)^2)((b+c)^2-a^2)$
   $\dfrac{1}{16}(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)(b+c+a)=\dfrac{1}{16}(2p-2b)(2p-2c)(2p-2a)(2\text{p})=p(p-a)(p-b)(p-c)$
   donc $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.