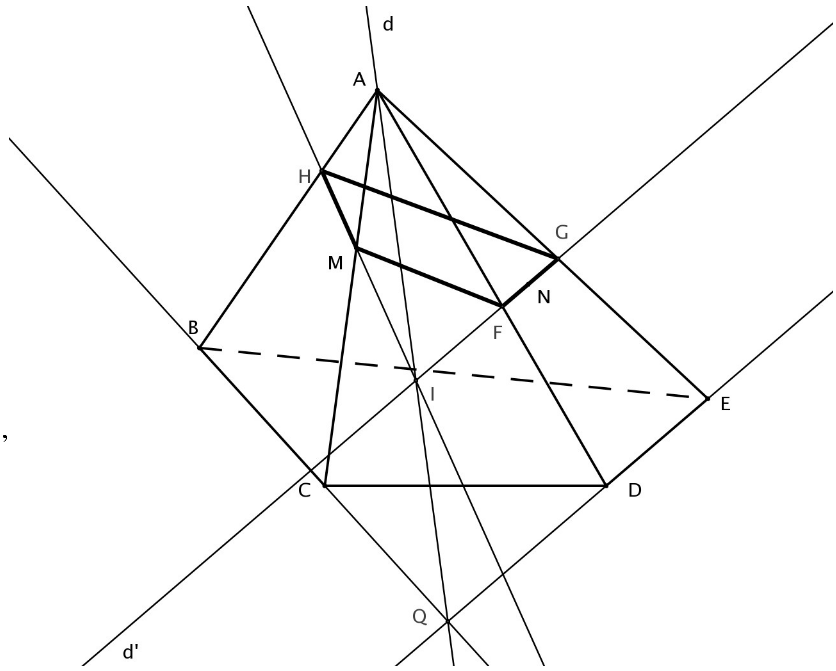
1èreS2

corrigé du devoir surveillé n°7

Exercice 1



1. Les droites (BC) et (DE) sont dans le plan de base donc elles sont coplanaires, Notons $Q=(BC)\cap(DE)$, on a donc $A\in(ABC)$ et $A\in(ADE)$ de même que $Q\in(ABC)$ et $Q\in(ADE)$ donc $d=(ABC)\cap(ADE)=(AQ)$.
2. P est parallèle à (DE) donc $P\cap(DE)=\emptyset$ et donc $P\cap(ADE)\cap(DE)=\emptyset$. Or $P\cap(ADE)$ est une droite de (ADE), de même que (DE) et n'étant pas sécantes, elles sont donc parallèles.
3. d et la parallèle à (DE) passant par N sont coplanaires dans (ADE), elles ne sont pas parallèles donc elles sont sécantes. Leur point d'intersection est dans P et dans d donc c'est I.
4. Posons $d'=P\cap(ADE)$ puis $F=d'\cap(AD)$ et $G=d'\cap(AE)$ (dans (ADE)) et $H=(MJ)\cap(AB)$ (dans (ABC)). La section cherchée est le polygone $MFGH$.

Exercice 2

1. M est le milieu de $[GH]$ donc $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$. N est le milieu de la face $BCGF$ donc c'est le milieu de $[GB]$ donc $\overrightarrow{GN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$. $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{GN}-\overrightarrow{GM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GH})=\frac{1}{2}\overrightarrow{HB}$ e t $\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{AP}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{HG}+\overrightarrow{HA}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$, or $\overrightarrow{HG}=\overrightarrow{AB}$ donc $\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{HB}=2\overrightarrow{MN}$ et les points M, N et P sont donc alignés.
2. Dans $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ on a $M(\frac{1}{2};1;1)$, $N(1;\frac{1}{2};\frac{1}{2})$ et $P(\frac{3}{2};0;0)$. Dans $(B,\overrightarrow{BG},\overrightarrow{BE},\overrightarrow{BA})$, on a $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{BG}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ donc $M(1;0;\frac{1}{2})$, $\overrightarrow{BN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BG}$ donc $M(\frac{1}{2};0;0)$ et $\overrightarrow{BP}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{BA}$ donc $M(0;0;-\frac{1}{2})$.

Exercice 3

1. On a 5 choix possibles pour chaque roue, donc le nombre de codes possibles est $5^4=625$.
   Il y a exactement 1 code comportant 4 « A », donc $p(A)=\frac{1}{625}$.
   Il y a 4 possibilités pour chaque roue pour qu'il n'y ait pas de « A », donc $p(B)=\frac{4^4}{625}=\frac{256}{625}$.
   Il y a 5 possibilités pour la première roue puis 4 pour la seconde, etc... donc $p(C)=\frac{5\times4\times3\times2}{625}=\frac{120}{625}$.
   Il y a $\frac{5\times4}{2}=10$ façons de choisir 2 lettres parmi 5 (5 pour la première, 4 pour la seconde et on divise par 2 car l'ordre n'est pas important). Il y a $2^4-2=14$ code possibles avec exactement deux lettres données (On enlève les deux codes qui ne comportent qu'une lettre). Donc $p(D)=\frac{10\times14}{625}=\frac{140}{625}$.

2. a. X peut prendre les valeurs 0, 1, 2, 3 et 4. Les événements A et B correspondent aux cas $X=4$ et $X=0$.

Pour $X=1$, Il faut choisir la place du « A » et on a ensuite $4^3=64$ possibilités donc $p(X=1)=\frac{4\times 64}{625}=\frac{256}{625}$.

Pour $X=2$, Il faut choisir la place des deux « A », il y a $\frac{4\times 3}{2}=6$ façons de le faire et on a ensuite $4^2=16$ possibilités donc $p(X=1)=\frac{6\times 16}{625}=\frac{96}{625}$.

Pour $X=3$, Il faut choisir la place sans « A » et on a ensuite 4 possibilités donc $p(X=3)=\frac{4\times 4}{625}=\frac{16}{625}$. On a donc :

x_i	0	1	2	3	4
p_i	$\frac{256}{625}$	$\frac{256}{625}$	$\frac{96}{625}$	$\frac{16}{625}$	$\frac{1}{625}$

(On vérifie que la somme des p_i est égale à 1)

3. $E(X)=\frac{256}{625}\times 0+\frac{256}{625}\times 1+\frac{96}{625}\times 2+\frac{16}{625}\times 3+\frac{1}{625}\times 4=\frac{500}{625}=\frac{4}{5}=0{,}8$.

$V(X)=\frac{256}{625}\times(0-\frac{4}{5})^2+\frac{256}{625}\times(1-\frac{4}{5})^2+\frac{96}{625}\times(2-\frac{4}{5})^2+\frac{16}{625}\times(3-\frac{4}{5})^2+\frac{1}{625}\times(4-\frac{4}{5})^2=0{,}64$.

Exercice 4

Il y a $6^3=216$ résultats possibles pour les trois dés (Il faut les distinguer). On a donc :

- $3^3=27$ possibilités avec 3 nombres pairs, donc $p(A)=\frac{27}{216}=\frac{1}{8}$.
- Il y a 4 nombres inférieurs ou égaux à 4, donc $p(B)=\frac{4^3}{216}=\frac{64}{216}=\frac{8}{27}$.
- Il y a 4 cas pour lesquels la somme obtenue est supérieure à16, $6+6+6$, $5+6+6$, $6+5+6$, et $6+6+5$ donc $p(C)=\frac{216-4}{216}=\frac{212}{216}=\frac{63}{64}$.