1èreS2 Lundi 10 mai 2010

Devoir surveillé n°9

Exercice 1 (5 points)

Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2+3x+1$ b. $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\x<-2}} \frac{2x}{x^2-4}$ c. $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{4x-5}{x-3}$ d. $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}} \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$

Exercice 2 (10 points)

a , b et c étant 3 réels, on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{c\}$ par $f(x)=\frac{x(ax+b)}{2(x-c)^2}$.

On appelle C sa courbe représentative.

1. Déterminer les réels a , b et c pour que la courbe C ait deux asymptotes d'équations $x=1$ et $y=\frac{3}{2}$ et que la tangente au point d'abscisse 0 ait pour équation $y=-2x$
   (Remarque : On pourra exprimer directement le nombre dérivé $f'(0)$ plutôt que chercher à calculer la fonction dérivée).
2. Dans la suite du problème, $a=3$, $b=-4$ et $c=1$.
   a. Étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
   b. Montrer que $f'(x)=\frac{-x+2}{(x-1)^3}$ puis établir le tableau de variations de f .
   c. Déterminer les équations des tangentes à la courbe C aux points d'abscisses respectives 0 et $\frac{3}{2}$.
   d. Étudier la position de la courbe C par rapport à son asymptote horizontale.
   e. Représenter C ainsi que ses asymptotes et les tangentes précédentes dans le repère au dos (figure 1).
3. Soit D_m la droite d'équation $y=4x+m$. Déterminer graphiquement, suivant les valeurs de m , le nombre de solutions de l'équation $f(x)=4x+m$.

Exercice 3 (3 points)

G_0 est le barycentre des points $(A,2)$ et $(B,5)$ et G_1 le barycentre des points $(A,1)$ et $(B,-3)$. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{AG_0}$ et $\overrightarrow{AG_1}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ puis construire les points G_0 et G_1 au dos (figure 2).

Exercice 4 (2 points)

Dans les deux cas suivants, déterminer des réels α et β tels que G soit le barycentre de (A,α) et (B,β) .

1. $\overrightarrow{AG}=3\overrightarrow{AB}$.
2. $\overrightarrow{BG}+2\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

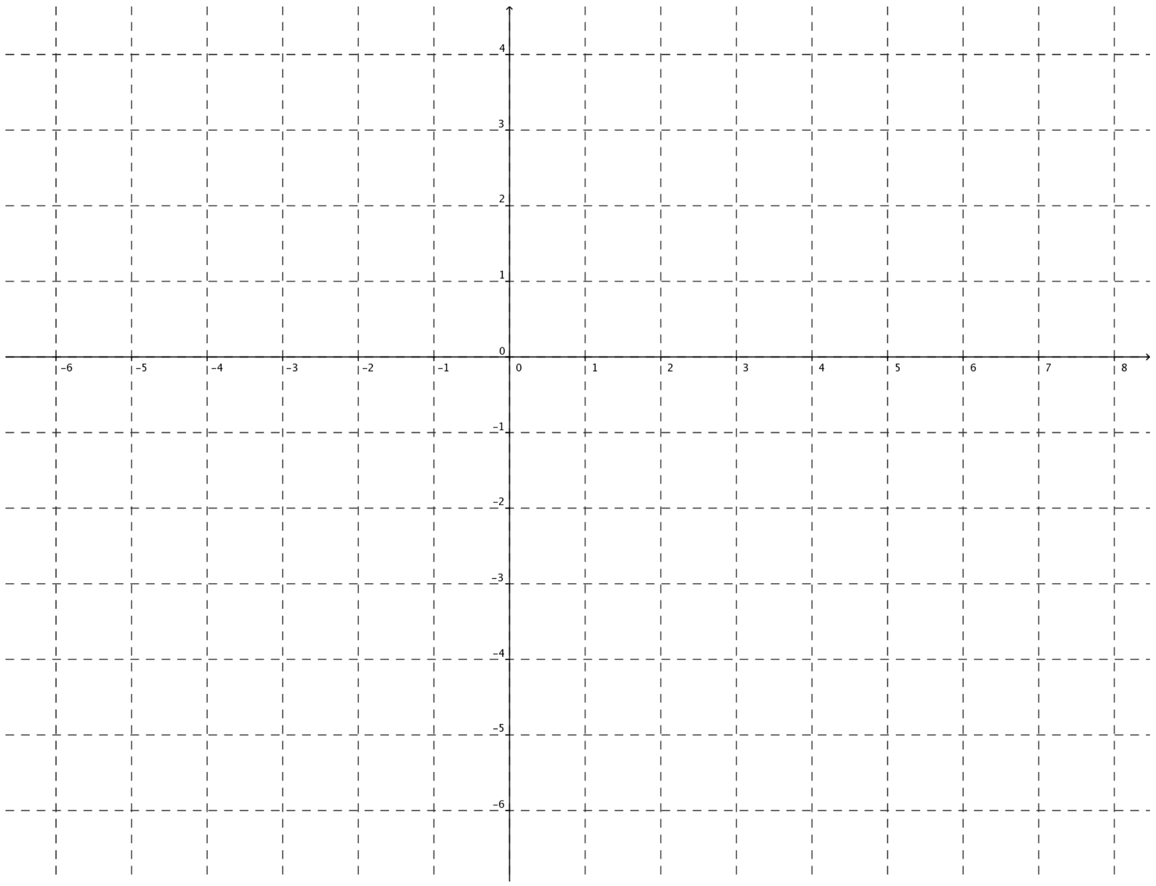

figure 1

figure 2

Devoir maison pour le 19 mai : n°62 p 346 et 68 p 347