1èreS Mardi 10 novembre 2009

Devoir surveillé n°3

(3 heures)

Exercice 1 (4 points)

Résoudre les équations suivantes :

a. $3x^2-5x-2=0$.

b. $x^2-x+3=0$.

c. $-x^2+3x-4=0$.

d. $-4x^2+12x-9=0$

Exercice 2 (2 points)

F est la fonction définie par $f(x)=-2x^2+8x-1$

1. Mettre le trinôme $-2x^2+8x-1$ sous forme canonique.
2. En déduire par quelle transformation on passe de la courbe représentative de la fonction $x\to-2x^2$ à celle de f.
3. Représenter la fonction f dans un repère orthonormé.

Exercice 3 (3 points)

1. Exprimer $\sin(x+\frac{\pi}{6})$ et $\cos(x+\frac{\pi}{6})$ en fonction de $\sin x$ et $\cos x$.
2. Résoudre les équations suivantes dans $]-\pi\,;\pi]$

   a. $\sqrt{3}\sin x+\cos x=0$

   b. $\cos x-\frac{\sqrt{3}}{3}\sin x=1$

Exercice 4 (3.5 points)

1. ABC est un triangle équilatéral direct ($(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=+\frac{\pi}{3}$) de centre O dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ .On appelle (r,θ) les coordonnées polaires de A dans $(O,\vec{i},\vec{j})$; Quelles sont les coordonnées polaire de B ?
2. Exprimer les coordonnée cartésiennes de B en fonction de r et $\cos\theta$ et $\sin\theta$.
3. a. Si A a pour coordonnées cartésiennes $(1\,;3)$. Déterminer les coordonnées cartésiennes de B.

   b. Quelles peuvent être les coordonnées cartésiennes de A pour que $r=2$ et que B ait pour abscisse -1 ?

Exercice 5 (7.5 points)

Partie A Étude du réel $\lambda=2\sin(\frac{\pi}{18})$

1. Montrer que $\sin(3\theta)=-4\sin^3\theta+3\sin\theta$.
2. En déduire que $\sin(\frac{\pi}{18})$ est solution de l'équation $-8x^3+6x-1=0$.
3. Montrez que λ est solution de l'équation $x^3-3x+1=0$.

Partie B Étude de la fonction $f: x\rightarrow x^3-3x+1$

1. Montrez que la fonction f_1 définie par $f_1(x)=f(x)-1$ est impaire.
2. g est la fonction définie par $g(x)=f(x-1)$. Exprimez $g(x)$ (sous forme réduite).
3. Montrez que g est croissante sur $]-\infty;0]$. Que peut-on en déduire pour f ?
4. Justifier en utilisant la question 1 que f est croissante sur $[1;+\infty[$.
5. Montrer que si on a $-1\leq x_1<x_2\leq 1$ alors $f(x_2)-f(x_1)\leq 0$. En déduire que f est décroissante sur $[-1;1]$ et donner son tableau de variation.
6. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$? Donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} de chacune des solutions.
7. En déduire une valeur approchée de λ à 10^{-2} près.