1èreS Mardi 6 avril 2010

Devoir surveillé n°8

(3 heures)

Exercice 1 (4 points)

Soit g et h les fonctions définies respectivement sur $\mathbb{R}\backslash\{-3\}$ et sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$g(x)=\frac{2x+3}{x+3} \qquad \text{et} \qquad h(x)=-\frac{3}{x}.$$

On note C_g et C_h leurs courbes représentatives respectives dans le repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$ donné en annexe (figure 1).

1. a) Démontrer que h est impaire. Interpréter graphiquement ce résultat.
   b) Donner en le justifiant le tableau de variations de la fonction h.
   c) Construire dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ en annexe la courbe C_h, en utilisant la courbe d'équation $y=\frac{1}{x}$ donnée (figure 1).
2. a) Vérifier que $g=u\circ h\circ v$, où u et v sont deux fonctions affines de pente égale à 1 que l'on précisera.
   b) En déduire que C_g est l'image de C_h par une transformation géométrique que l'on précisera.
   c) En déduire le tableau de variations de g.
3. Construire la courbe C_g dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ en annexe.

Exercice 2 (2 points)

Déterminer les réels a, b et c pour que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$ ait les propriétés suivantes :

- $f(0)=3$.
- $f'(0)=2$.
- f admet un maximum égal à 4.

Exercice 3 (5 points)

On se place dans un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. d_1 est la droite passant par $A(-1;1;2)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1;1;-1)$ et d_2 la droite passant par $B(-1;0;4)$ et de vecteur directeur $\vec{v}(-1;1;0)$.

1. Montrer que les droites d_1 et d_2 ne sont pas coplanaires.
2. k et k' étant deux réels, on note M le point de d_1 tel que $\overrightarrow{AM}=k\vec{u}$ et N celui de d_2 tel que $\overrightarrow{BN}=k'\vec{v}$. Montrer que $MN^2=3(k+1)^2+2\left(k'-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{2}$.
3. En déduire les valeurs k_0 et k'_0 de k et k' pour lesquelles la distance MN et minimale. On note M_0 et N_0 les points correspondants.
4. Montrer que la droite (M_0N_0) est perpendiculaire à d_1 et à d_2.

Exercice 4 (4 points)

Dans cet exercice, les tracés seront effectués sur l'annexe au dos (figure 2).

$ABCDEFGH$ est un cube. M est un point du segment $[AD]$, N un point du segment $[EF]$ et P point du segment $[CG]$. Le but de l'exercice est de tracer la section du cube par le plan (MNP) (C'est-à-dire l'intersection des faces du cube avec la plan (MNP)).

1. On appelle I l'intersection de la droite (DP) et du plan (EFG) et d_1 l'intersection des plans (DMP) et (EFG). Montrer que I est l'intersection des droites (DP) et (HG) puis que d_1 est la parallèle à (AD) passant par I, la construire.
2. Montrez que (MP) et d_1 sont sécantes, on appelle J leur point d'intersection. Construire l'intersection K des droites (NJ) et (FG).
3. Justifiez que les segments [NK] et [KP] sont des éléments de la section cherchée puis achever le sa construction (On ne demande pas de justifications ici).

Exercice 5 (5 points)

Un octet est un nombre binaire formé de 8 bits, c'est-à-dire de huit chiffres 0 ou 1, comme par exemple 10001101 (qui est égal à 141).

1. Combien y-a-t-il d'octets différents ?
2. On choisit un octet au hasard, calculer la probabilité des événements suivants :
   A « L'octet ne contient que des 1 »
   B « L'octet commence par trois 0 »
   C « L'octet contient exactement deux 1 »
3. On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de 1 dans l'octet choisi.
   a. Déterminer la loi de probabilité de X.
   b. Calculer l'espérance et l'écart type de X (Le détail des calculs n'est pas indispensable).

ANNEXE

Nom :

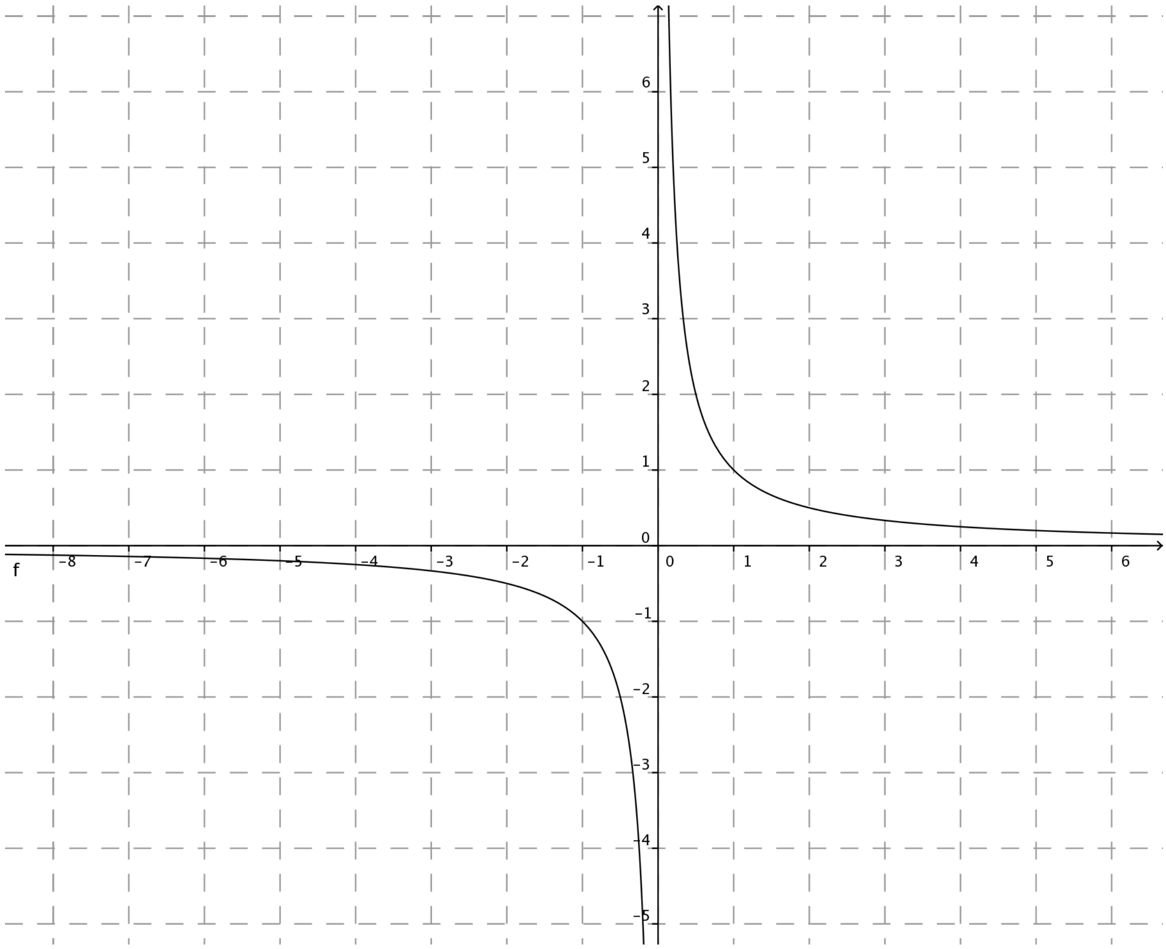

figure 1

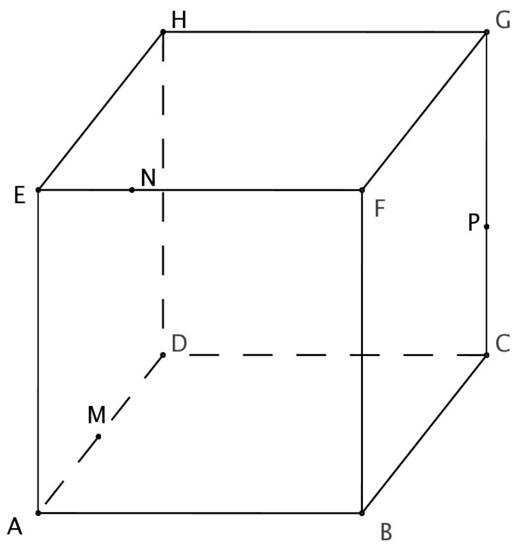

figure 2