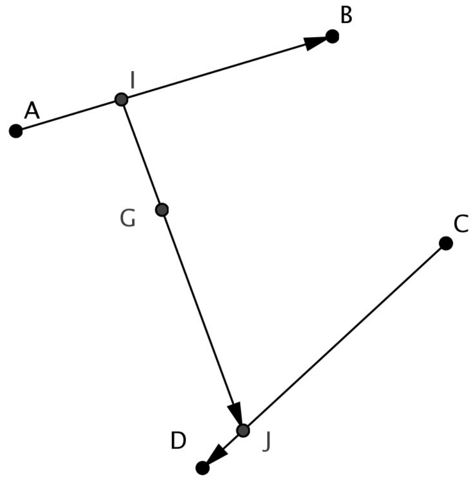
1èreS

corrigé du devoir surveillé n°2

Exercice 1

1. $m \neq \frac{1}{4}$
2. $5\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AB}$
3. $(B, 3)$ et $(G, -4)$
4. $(A, 6)$, $(B, -3)$ et $(C, 2)$



Exercice 2

1. voir ci-contre
2.
3. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ donc I est le barycentre de $(A, 2)$ et $(B, 1)$.
   $\overrightarrow{CJ} = \frac{5}{6}\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{JC} + 5\overrightarrow{JD} = \vec{0}$ donc J est le barycentre de $(C, 1)$ et $(D, 5)$.
   $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ} = \vec{0}$ donc G est le barycentre de $(I, 2)$ et $(J, 1)$ et donc aussi le barycentre de $(I, 12)$ et $(J, 6)$. I est aussi le barycentre de $(A, 8)$ et $(B, 4)$ donc on peut dire que G est le barycentre de $(A, 8)$, $(B, 4)$, $(C, 1)$ et $(D, 5)$.

Exercice 3

1. G est le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(B-4)$ et $(C, 1)$ donc
   $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{2}(-4\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = 2\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

2. $\|\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BB} + \overrightarrow{BC}\| = \|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\|$ et $\|\overrightarrow{BA} - 4\overrightarrow{BB} + \overrightarrow{BC}\| = \|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\|$ donc
   $\|\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BB} + \overrightarrow{BC}\| = \|\overrightarrow{BA} - 4\overrightarrow{BB} + \overrightarrow{BC}\|$ et la relation est vérifiée par le point B donc $B \in (E)$.
3. $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ donc le vecteur $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ est indépendant du point M.
4. G est le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(B-4)$ et $(C, 1)$ donc pour tout point M,
   $\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = (1-4+1)\overrightarrow{MG} = -2\overrightarrow{MG}$ donc la relation $\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$ équivaut à $\|-2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\| = \|-2\overrightarrow{MG}\|$ c'est-à-dire $GM = \|-\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\|$. Ceci prouve que (E) est un ensemble de points situés à une même distance du point G. Donc (E) est un cercle de centre G.
   Comme $B \in (E)$, (E) est le cercle de centre G passant par B.