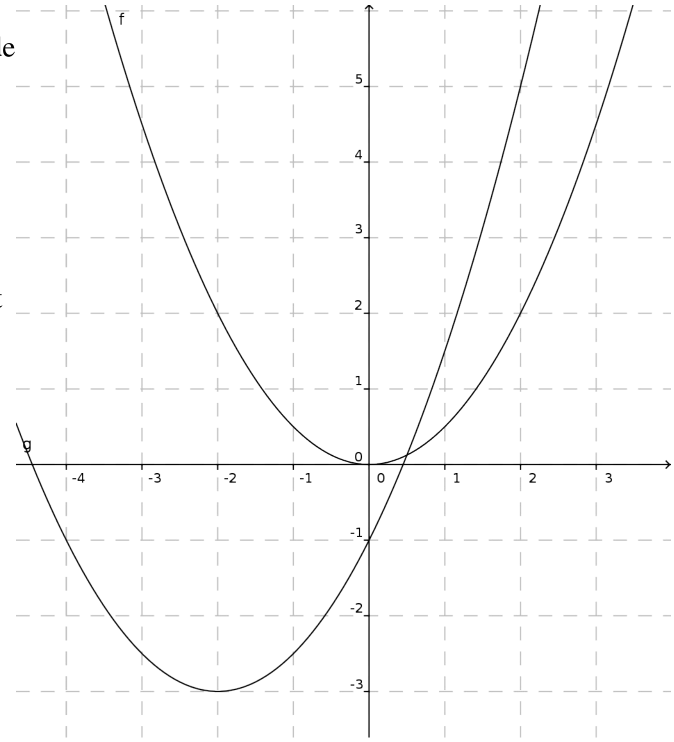
1èreS

corrigé du devoir surveillé n°3

Exercice 1

1. $g(x)=\frac{1}{2}x^2+2x-1=\frac{1}{2}(x^2+4x-2)=\frac{1}{2}((x+2)^2-6)=\frac{1}{2}(x+2)^2-3$
2. $g(x)=f(x+2)-3$ donc la courbe représentative de g est l'image de celle de f par la translation de vecteur de coordonnées $(-2\ ;-3)$.
3. voir ci-contre.



Exercice 2

1. $x^2-5x+6=0$
   Le discriminant du trinôme x^2-5x+6 est $\Delta=(-5)^2-4\times1\times6=25-24=1$. Ses racines sont $x_1=\frac{-(-5)-\sqrt{1}}{2}=2$ et $x_2=\frac{-(-5)+\sqrt{1}}{2}=3$ qui sont donc aussi les solutions de l'équation.
2. $4x^2-2x-1=0$
   Le discriminant du trinôme $4x^2-2x-1$ est $\Delta=(-2)^2-4\times4\times(-1)=4+16=20$. Ses racines sont $x_1=\frac{-(-2)-\sqrt{20}}{2\times4}=\frac{2-2\sqrt{5}}{8}=\frac{1-\sqrt{5}}{4}$ et $x_2=\frac{-(-2)+\sqrt{20}}{2\times4}=\frac{2+2\sqrt{5}}{8}=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$ qui sont donc aussi les solutions de l'équation.
3. $5x^2+7x+3=0$
   Le discriminant du trinôme $5x^2+7x+3$ est $\Delta=7^2-4\times5\times3=49-60=-11$. $\Delta<0$ donc le trinôme n'a pas de racine et l'équation pas de solution.

Exercice 3

1. Voir ci-dessous.
2. $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0}$. Donc I est le barycentre de $(A,2)$, $(B,1)$ et $(C,-1)$.
3. Notons G' le barycentre de $(A,4)$, $(B,2)$ et $(C,1)$. J est le barycentre de $(B,2)$ et $(C,1)$ donc G' est aussi le barycentre de $(A,4)$ et $(J,3)$ donc $G'\in(AJ)$. I est aussi le barycentre de $(A,4)$, $(B,2)$ et $(C,-2)$ et G' celui de $(A,4)$, $(B,2)$, $(C,-2)$ et $(C,3)$ donc de $(I,4)$ et $(C,3)$ et $G'\in(IC)$. Ainsi $G'=(AJ)\cap(IC)=G$ ce qui prouve le résultat cherché.
4. Notons M' le barycentre de $(A,4)$ et $(C,1)$. G est donc le barycentre de $(B,2)$ et $(M',3)$ donc $M'\in(BG)$ et par suite, $M'=M$ donc M est le barycentre de $(A,4)$ et $(C,1)$. On a alors
   $4\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}=\vec{0} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$ donc $k=\frac{1}{5}$.