

Exercice 1

$$f'(x) = 4(-\sin(4x + \pi)) = 4 \sin(4x),$$

$$g'(x) = \frac{\frac{2}{2\sqrt{2x-3}} \times (2x-3) - 2\sqrt{2x-3}}{(2x-3)^2} = \frac{\sqrt{2x-3} - 2\sqrt{2x-3}}{(2x-3)^2} = \frac{-\sqrt{2x-3}}{(2x-3)^2},$$

Exercice 2

1. $g(1) = 2 + 3 - 5 = 0$ donc 1 est une racine de g . On cherche a, b et c tels que :

$$g(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c) \Leftrightarrow 2x^3 + 3x^2 - 5 = ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c. \text{ par identification on}$$

$$\text{obtient } \begin{cases} a=2 \\ b-a=3 \\ c-b=0 \\ -c=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=5 \\ c=5 \end{cases}. \text{ Donc } g(x) = (x-1)(2x^2 + 5x + 5).$$

2. Pour le trinôme $2x^2 + 5x + 5$, $\Delta = -15 < 0$ donc il est toujours positif et $g(x)$ est du signe de $x-1$.
On a

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

3. $f'(x) = \frac{3x^2(x+1) - (x^3+5)}{(x+1)^2} = \frac{2x^3 - 3x^2 - 5}{(x+1)^2} = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$. Or $(x+1)^2 > 0$ pour tout x dans $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$
donc $f'(x)$ est du signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

4. On a donc

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	-
$f(x)$	$+\infty$	3	$+\infty$

Exercice 3

$$(\vec{u}, \vec{w}) = (\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w}) = \frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{4} = -\frac{5\pi}{12} \quad (2\pi)$$

$$(\vec{v}, \vec{u}) = -(\vec{u}, \vec{v}) = -\frac{\pi}{3} \quad (2\pi)$$

$$(-2\vec{u}, -2\vec{w}) = (\vec{u}, \vec{w}) = -\frac{3\pi}{4} \quad (2\pi)$$

$$(-\vec{w}, \vec{v}) = (\vec{w}, \vec{v}) + \pi = -(\vec{v}, \vec{w}) + \pi = \frac{3\pi}{4} + \pi = \frac{7\pi}{4} \quad (2\pi) = -\frac{\pi}{4} \quad (2\pi)$$

Exercice 4

$$\cos(15\pi) = \cos(7 \cdot 2\pi + \pi) = \cos \pi = -1$$

$$\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{18\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(6\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\left(\frac{27\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{24\pi}{4} + \frac{3\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{-\sqrt{2}}{2}} = -1$$