1èreS Mardi 22 mars 2010

Devoir surveillé n°9
(2 heures)

Exercice 1 (8 points)

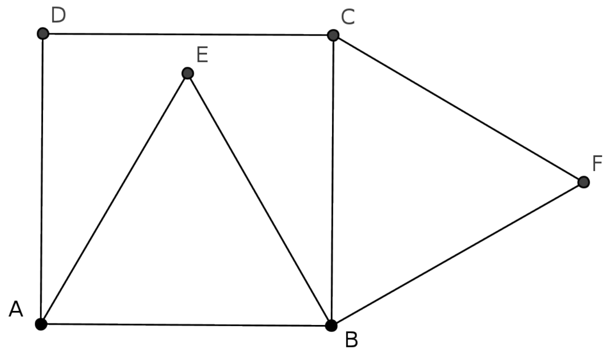
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par : $f(x)=\frac{x^2+x-2}{x+1}$. on appelle C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité $2\,cm$.

1. Étudier les variations de la fonction f.
2. a. Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $x\neq-1$, $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$.
   b. On appelle Δ la droite d'équation $y=ax+b$. Déterminer, en fonction de x, si C_f est au-dessus ou en dessous de Δ.
3. Montrer que pour tout x non nul, $\frac{f(-1+x)+f(-1-x)}{2}=-1$. Que peut-on en déduire pour la courbe C_f ?
4. Soit $A(-2\,;0)$. Déterminer une équation de la droite T, tangente à C_f au point A.
5. Construire C_f, Δ et T.

Exercice 2 (4 points)

Sur la figure ci-contre, ABCD est un carré direct et ABE et BFC sont des triangles équilatéraux directs.

1. Déterminer une mesure des angles $(\overrightarrow{DF},\overrightarrow{DC})$ et $(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DE})$.
2. En déduire que les points D, E et F sont alignés.



Exercice 3 (4 points)

a est un réel tel que $a\in[0\,;\frac{\pi}{2}]$ et $\cos a=\frac{1}{3}$ et b est un réel tel que $b\in[\frac{\pi}{2}\,;\pi]$ et $\sin b=\frac{\sqrt{5}}{3}$. Déterminer $\sin a$, $\cos b$, $\cos(a+b)$ et $\sin(a-b)$.

Exercice 4 (4 points)

Résoudre les équations suivantes dans $[0\,;2\pi[$:

1. $\sin(x+\frac{\pi}{6})=\cos x$
2. $\cos(2x)=\frac{3}{2}\cos x$
   (On pourra être amené à utiliser le changement de variable $X=\cos x$)