1èreS

corrigé de du D.S. n°1

Exercice 1

1. $x^2-8x+7=(x-4)^2-16+7=(x-4)^2-9$
2. $-6x^2-4x-3=-6(x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{2})=-6((x+\frac{1}{3})^2-\frac{1}{9}+\frac{1}{2})=-6(x+\frac{1}{3})^2-\frac{7}{3}$

Exercice 2

1. $-3x^2+2x+1=-3(x^2-\frac{2}{3}x-\frac{1}{3})=-3((x-\frac{1}{3})^2-\frac{1}{9}-\frac{1}{3})=-3(x-\frac{1}{3})^2+\frac{4}{3}$ donc la courbe C est une parabole de sommet $S(\frac{1}{3};\frac{4}{3})$.
2. Il s'agit de résoudre l'équation $f(x)=0$

   $\Leftrightarrow\ -3(x-\frac{1}{3})^2+\frac{4}{3}=0\ \Leftrightarrow\ -3((x-\frac{1}{3})^2-\frac{4}{9})=0\ \Leftrightarrow\ (x-\frac{1}{3}-\frac{2}{3})(x-\frac{1}{3}+\frac{2}{3})=0\ \Leftrightarrow\ (x-1)(x+\frac{1}{3})=0$

   donc $x=1$ ou $x=-\frac{1}{3}$ et on a $A(-1\text{over}\,3\,;0)$ et $B(1\ ;0)$.
3. $f(x)$ est un trinôme du second degré ayant deux racines. $a<0$ donc $f(x)$ est positif entre ses deux racines donc sur l'intervalle $[-\frac{1}{3};1]$.

Exercice 3

1. Il s'agit de résoudre l'équation $x(1-x)=\frac{2}{9}$ sur l'intervalle $]0;\frac{1}{2}]$.

   $x(1-x)=\frac{2}{9}\ \Leftrightarrow\ -9x^2+9x-2=0$. Pour cette équation du second degré, $\Delta=9^2-4\times(-9)\times(-2)=9$ puis $x_1=\frac{-9-3}{-18}=\frac{2}{3}$ et $x_1=\frac{-9+3}{-18}=\frac{1}{3}$. $x_1\notin]0;\frac{1}{2}]$ donc la réponse cherchée est $x_2=\frac{1}{3}$.
2. L'aire du rectangle est $A(x)=x(1-x)=-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}$ ce qui prouve que $A(x)\leq\frac{1}{4}$ pour tout x , de plus $A(x)=\frac{1}{4}\ \Rightarrow\ x=\frac{1}{2}$. L'aire du rectangle est donc maximale pour $x=\frac{1}{2}$.

Exercice 4

On a $\overrightarrow{AB}(6;-3)$ et $\overrightarrow{DC}(8;-4)$. $6\times(-4)-8\times(-3)=0$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires et (AB) et (DC) sont parallèles. Donc ABCD est un trapèze.

Exercice 5

1. Voir ci-dessous.
2. $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DN}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$ or $ABCD$ est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

   $\overrightarrow{MI}=\overrightarrow{BI}-\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AI}-2\overrightarrow{BC}$ or $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$ car I est le milieu de $[AC]$. Donc

   $\overrightarrow{MI}=-\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})-2\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$.
3. On remarque que $\overrightarrow{MI}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AN}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{MI}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires et les droites (MI) et (AN) sont parallèles.
4. On a $\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AP}=(k-1)\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{MI}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$. En se plaçant dans le repère $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})$ et en écrivant que les vecteurs $\overrightarrow{MI}$ $\overrightarrow{MI}$ sont colinéaires, on obtient

   $-\frac{1}{2}\times(-2)+\frac{3}{2}(k-1)=0\ \Leftrightarrow\ -\frac{1}{2}+\frac{3}{2}k=0\ \Leftrightarrow\ k=\frac{1}{3}$