1èreS **corrigé de du D.S. n°2**

Exercice 1

1) **b)**
2) **a)**
3) **a)**
4) **c)**

Exercice 2

1) a) $x^2-5x=0 \Leftrightarrow x(x-5)=0$ donc $x=0$ ou $x-5=0$ et $S=\{0;5\}$

b) $x^2+4=2x \Leftrightarrow x^2-2x+4=0 \Leftrightarrow (x-2)^2=0 \Leftrightarrow x=2$

c) $(x-1)(x^2-3x+2)=0 \Leftrightarrow x-1=0$ ou $x^2-3x+2=0$

pour $x^2-3x+2=0$, $\Delta=1$ puis $x_1=1$ et $x_2=2$. or $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

donc $S=\{1;2\}$

d) $x^3-x^2+6x=0 \Leftrightarrow x(x^2-x+6)=0$ donc $x=0$ ou $x^2-x+6=0$.

Pour ce dernier trinôme, $\Delta=-23$ et il n'a donc pas de racines, donc $S=\{0\}$.

2) a) $x^2+2<0$. Pour tout x , $x^2\geq 0$ donc $x^2+1>0$ et donc $S=\emptyset$.

b) $4x^2-2x+\frac{1}{4}>0 \Leftrightarrow \left(2x-\frac{1}{2}\right)^2>0 \Leftrightarrow 2x-\frac{1}{2}\neq 0 \Leftrightarrow x\neq\frac{1}{4}$

donc S = $]-\infty;\frac{1}{4}[\cup]\frac{1}{4};+\infty[$

c) $x^3+2x^2<-x \Leftrightarrow x^3+2x^2+x<0 \Leftrightarrow x(x^2+2x+1)<0 \Leftrightarrow x(x+1)^2<0$.

$(x+1)^2>0$ pour tout $x\neq-1$ donc $x(x+1)^2$ est du signe de x et donc

$S=]-\infty;-1[\cup]-1;0[$.

Exercice 3

Posons $X=x^2$. L'équation $4x^4+5x^2-9=0$ devient $4X^2+5X-9=0$.

Pour cette dernière, on a $\Delta=5^2-4\times4\times(-9)=169$ donc $X_1=\frac{-5-13}{8}=-\frac{9}{4}$ et $X_2=\frac{3+1}{4}=1$.

On doit donc résoudre les équations $x^2=1$ et $x^2=-\frac{9}{4}$ qui donnent pour la première,

$x=1$ ou $x=-1$ et pour la deuxième équation on n'a pas de solution.

Ainsi $S=\{-1;1\}$.

Exercice 4

A. Première méthode

1) On a $I(\frac{6-1}{2}\ ;\ \frac{4-1}{2})$ donc $I(\frac{5}{2}\ ;\ \frac{3}{2})$ et $J(\frac{1-1}{2}\ ;\ \frac{3-1}{2})$ donc $J(0\ ;\ 1)$.

$M(x;y)\in(AI)$ équivaut à $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AI}$ colinéaires. On a $\overrightarrow{AM}(x-1;y-3)$ et $\overrightarrow{AI}(\frac{3}{2};-\frac{3}{2})$ donc

$\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AI}$ colinéaires équivaut à $-\frac{3}{2}(x-1)-\frac{3}{2}(y-3)=0 \Leftrightarrow x+y-4=0$ ce qui est donc une équation de la médiane issue de A de ABC.

Pour la médiane (BJ), on obtient $3(x-6)-6(y-4)=0 \Leftrightarrow x-2y+2=0$.

2) Il s'agit de résoudre le système $\begin{cases} x+y-4=0 \\ x-2y+2=0 \end{cases}$. Par différence des deux équations, on obtient $3y-6=0 \Leftrightarrow y=2$ puis en remplaçant dans la première équation, $x=2$. Donc on a $G(2;2)$.

B. deuxième méthode

1) Le centre de gravité d'un triangle est situé au deux tiers de chaque médiane donc $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$.

2) I est me milieu de $[BC]$ donc $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$ et donc $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$.

3) On a $\overrightarrow{AB}(5\ ;\ 1)$ et $\overrightarrow{AC}(-2\ ;\ -4)$ donc $\overrightarrow{AG}(\frac{1}{3}(5-2)\ ;\ \frac{1}{3}(1-4))$ donc $\overrightarrow{AG}(1\ ;\ -1)$ ce qui donne $G(1+1\ ;\ 3-1)$ c'est-à-dire $G(2\ ;\ 2)$.

Exercice 5

$(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OA})=\frac{7\pi}{8}$ or $\frac{7\pi}{8}\in]-\pi;\pi]$ donc c'est aussi sa mesure principale.

$(\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{OB})=(\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{OI})+(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OB})=-\frac{\pi}{2}-\frac{3\pi}{5}=-\frac{11\pi}{10}=\frac{9\pi}{10}-2\pi$.

$\frac{9\pi}{10}\in]-\pi;\pi]$ donc c'est la mesure principale de $(\overrightarrow{OJ}\ ,\ \overrightarrow{OB})$.

$(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA})=(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OA})-(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OB})=\frac{7\pi}{8}-\frac{-3\pi}{5}=\frac{59\pi}{40}=-\frac{21\pi}{40}+2\pi$.

$-\frac{21\pi}{40}\in]-\pi;\pi]$ donc c'est la mesure principale de $(\overrightarrow{OB}\ ,\ \overrightarrow{OA})$.

Exercice 6

Notons x le nombre de carreaux du coté du petit carré blanc. Le nombre de carreaux du coté du grand carré blanc est donc $x+8$ et le nombre total de carreaux blancs utilisés est donc $x^2+(x+8)^2$.
Il faut donc résoudre l'équation $x^2+(x+8)^2=1000 \Leftrightarrow 2x^2+16x-936=0$.
Pour ce trinôme, $\Delta=16^2-4\times2\times(-936)=7744=88^2$
puis $x_1=\frac{-16-88}{4}=-26$ et $x_2=\frac{-16+88}{4}=18$.
On cherche un nombre positif, donc le nombre de carreaux du coté du petit carré blanc est 18 et celui du grand, $18+8=26$. Le nombre de carreaux gris utilisés est alors $2\times18\times26=936$.