D.S. n°5	Mathématiques	1ère S
Durée : 3 h	*géométrie, fonctions, dérivation, probabilités*	*Mardi 14 février 2012*

Devoir commun n°5

14 février 2012
durée: 3 heures

Les calculatrices sont autorisées.

Le sujet comporte trois pages.
Le sujet est à traiter sur trois copies doubles :

- **une pour les exercices 1 et 2 .**
- **une deuxième pour les exercices 3 et 4 .**
- **et enfin une troisième pour les exercices 5 ; 6 et 7 .**

Exercice 1 (10 points)

Le plan est muni d'un repère $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

On considère les points $A(1;2)$, $B(-1;3)$ et $C(4;-1)$.

1. Construire une figure qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.

2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3. Donner une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point A et dont un vecteur directeur est le vecteur $\vec{u}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

4. Calculer l'ordonnée du point E appartenant à la droite (d) et d'abscisse $\frac{1}{2}$.

5. a. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BE}$.

b. Que peut-on dire des droites (BE) et (AC) ? Justifier.

6. a. Donner une équation cartésienne de la droite (AB) .

b. Donner une équation cartésienne de la droite (CE) .

c. Calculer les coordonnées du point d'intersection F des droites (AB) et (CE) .

7. a. Démontrer que le point B est le milieu du segment $[AF]$.

b. Que peut-on en déduire pour le point E ?

Exercice2 (5 points)

Soit m un réel et (d_m) la droite d'équation : $m^2x-(m-1)y-1=0$.

1. Pour quelles valeurs de m la droite (d_m) passe-t-elle par le point $A(-1;1)$?

Donner les équation des droites correspondant à ces valeurs.

2. Pour quelle valeur de m le vecteur $\vec{u}(1;4)$ est-il un vecteur directeur de (d_m) ?

3. La droite (d_m) peut-elle être parallèle à la droite (D) d'équation $5x-3y+4=0$?

<u>Exercice 3</u> (4 points)

L'organisateur d'une loterie annonce qu'il y aura 1 billet gagnant 5 000 euros, 5 billets gagnant 1 000 euros et 50 billets gagnant 50 euros sur un total de 3 000 billets.

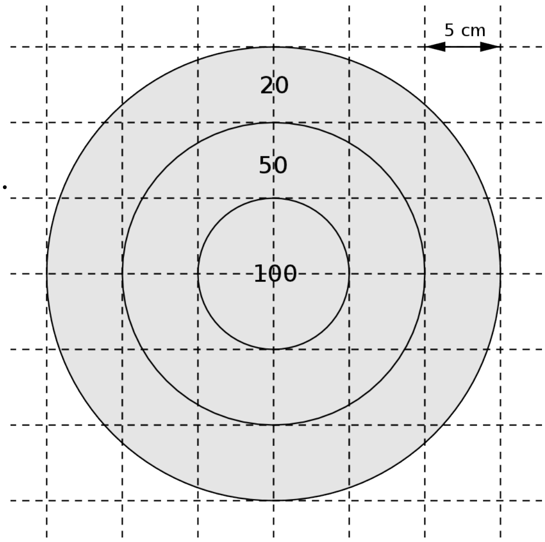
Le prix d'achat d'un billet est de 5 €.

Sarah achète un billet. On note $\boldsymbol{X}$, la variable aléatoire représentant le gain de Sarah (montant du lot gagné moins le prix d'achat du billet).

1. Déterminer les valeurs possibles de $\boldsymbol{X}$.
2. Déterminer la loi de probabilité de $\boldsymbol{X}$.
3. Déterminer l'espérance de $\boldsymbol{X}$.
4. Quel est le bénéfice de cet organisateur.

<u>Exercice 4</u> (7 points)

On tire sur une cible (voir ci-contre) avec des fléchettes. On considère qu'une fléchette atteint toujours la cible et que la probabilité d'atteindre une zone est proportionnelle à sa surface. On marque le nombre de points inscrit sur la zone atteinte par la fléchette.



1. Déterminer les aires des différentes zones de la cible.

2. On lance une fléchette sur la cible et on appelle $\boldsymbol{X}$, la variable aléatoire représentant le nombre de points obtenus.
   a. Déterminer la loi de probabilité de $\boldsymbol{X}$.
   b. Déterminer l'espérance et l'écart-type de $\boldsymbol{X}$.

3. On lance maintenant deux fléchettes l'une après l'autre, et on appelle $\boldsymbol{Y}$ la loi de probabilité représentant le nombre de points obtenus.
   a. Quel est l'ensemble des valeurs possibles pour $\boldsymbol{Y}$?
   b. Déterminer la loi de probabilité de $\boldsymbol{Y}$.
   c. Déterminer l'espérance de $\boldsymbol{Y}$. comparer $E(\boldsymbol{X})$ et $E(\boldsymbol{Y})$. Que constate-t-on ?

<u>Exercice 5</u> (4 points)

Soit *f* la fonction définie par $f(x) = x^3 - 2x$.

1. Monter que $f(1+h) = h^3 + 3h^2 + h - 1$, déterminer alors le nombre dérivé de la fonction *f* en 1.
2. Trouver une équation de la tangente ***T*** à la courbe ***C*** de *f* au point d'abscisse 1.
3. Montrer que $x^3 - 3x + 2 = (x-1)(x^2 + x - 2)$ pour tout *x* réel, puis étudier le signe de $x^3 - 3x + 2$.
4. En déduire la position de ***C*** par rapport à ***T***.

<u>Exercice 6</u> (6 points)

Soit g_1 la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ par :

$$g_1(x) = \frac{-1}{x+2} ;$$

et g_2 la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g_2(x) = x^2 + 3x + 1 .$$

1. Dans un repère orthonormé, tracer les courbes ***H*** et ***P*** de ces deux fonctions.
2. Démontrer l'identité suivante :
$$x^3 + 5x^2 + 7x + 3 = (x+1)^2(x+3) .$$
3. Déterminer $g_1'(-1)$ et $g_2'(-1)$.
4. Démontrer que les courbes ***H*** et ***P*** admettent une tangente commune en un de leurs points d'intersection. Tracer cette tangente et en donner une équation.

<u>Exercice 7</u> (4 points)

Les deux questions suivantes sont indépendantes.

1. Les trois longueurs d'un triangle ABC sont AB = $2x - 1$; BC = $3x - 2$ et CA = $4x - 3$, où *x* est un réel.
Déterminer la (ou les) valeur(s) de *x*, telle(s) que le triangle ABC est rectangle.

2. Soit ABCD un parallélogramme.
Les points K et L sont tels que : $\overrightarrow{BK} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AL} = 3\,\overrightarrow{AD}$.
Les points K, C et L sont-ils alignés ?