D.S. n°6	Mathématiques	1ère S
Durée : 2 h	*Suites, produit scalaire*	*Mardi 10 avril 2012*

Exercice 1 (1,5 points)

La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 8 \text{ et } u_1 = 4 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} + u_n \end{cases}$

Calculer u_2, u_3, u_4 et u_5.

Exercice2 (3 points)

La suite (u_n) est définie par $u_1 = 1$ et vérifie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ la relation $u_{n+1} = \dfrac{7u_n}{n}$.

1. Calculer u_2, u_3, u_4 et u_5.
2. Comparer $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ à 1.
3. En admettant que tous les termes de la suite (u_n) sont strictement positifs, montrer que la suite (u_n) est décroissante à partir d'un certain rang que l'on déterminera.

Exercice 3 (4 points)

On considère l'algorithme suivant :

Variable

A, N : entiers naturels

B : nombre réel

Début

Entrer A

B prend la valeur -4

N prend la valeur 0

Tant Que $N < A$

B prend la valeur $\dfrac{3}{2}B + 1$

N prend la valeur $N + 1$

Fin Tant Que

Afficher B

Fin

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous obtenu après application de l'algorithme

A	1	2	3	4	5
B	−5				

2. Soit n un entier naturel et u_n la valeur affichée par l'algorithme lorsqu'on saisit n.

   Quelle relation existe-t-il entre u_{n+1} et u_n ?

3. Montrer que si $u_n < -2$ alors $u_{n+1} < -2$. Que peut-on en déduire pour l'ensemble des termes de la suite (u_n) ?

4. En admettant que pour tout n, $u_n < -2$, montrer que $u_{n+1} - u_n < 0$ puis conclure sur le sens de variation de la suite (u_n).

<u>Exercice 4</u> (4 points)

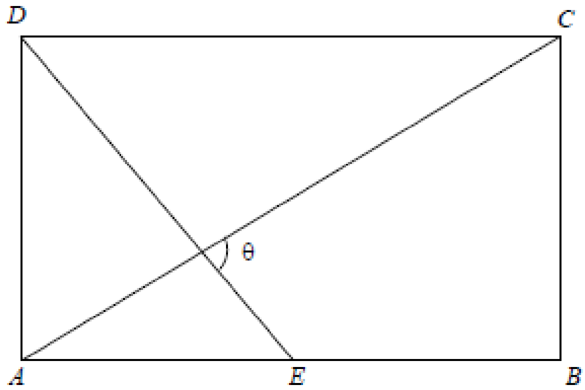
ABCD est un rectangle tel que *AD* = 3 et *AB* = 5.

E est le milieu de [*AB*].

1. Calculer les longueurs *AC* et *DE*.

2. En exprimant chacun des vecteurs $\vec{AC}$ et $\vec{DE}$ en fonction des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$, calculer le produit scalaire: $\vec{AC} \cdot \vec{DE}$.

3. En déduire la valeur de l'angle $\theta = (\vec{DE}, \vec{AC})$ en degrés à 0,01 près.



<u>Exercice 5</u> (7,5 points)

Soit *A* et *B* deux points du plan tels que *AB* = 3.

On cherche à déterminer l'ensemble ***E*** des points du plan vérifiant $\frac{MA}{MB} = 2$.

A. Méthode analytique

1. On se place dans le repère orthonormé direct $(A\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})$ où $\vec{i} = \frac{1}{3}\vec{AB}$.

   Déterminer les coordonnées des points *A* et *B* dans ce repère.

2. Démontrer l'équivalence $M(x\ ;\ y) \in \boldsymbol{E} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$.

3. Démonter que $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2 + y^2 = 2^2$.

   En déduire que ***E*** est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon, puis le représenter.

   (<u>*rappel:*</u> *M appartient à un cercle de centre O et de rayon R si et seulement si*

   $OM^2 = R^2 \Leftrightarrow (x_M - x_O)^2 + (y_M - y_O)^2 = R^2$ **)**

B. Méthode vectorielle

1. Tracer une figure, et placer les points *I* et *J* définis respectivement par $\vec{IA} - 2\vec{IB} = \vec{0}$ et $\vec{JA} + 2\vec{JB} = \vec{0}$.

2. Démontrer que pour tout point *M* du plan, on a : $\vec{MA} - 2\vec{MB} = -\vec{MI}$ et $\vec{MA} + 2\vec{MB} = 3\vec{MJ}$.

3. Démontrer que $M \in \boldsymbol{E} \Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2$, puis que $M \in \boldsymbol{E} \Leftrightarrow \vec{MI} \cdot \vec{MJ} = 0$.

   aide : $\boldsymbol{MA^2 - 4MB^2 = \vec{MA}^2 - 4\vec{MB}^2}$ puis penser à utiliser une ***identité remarquable***.

4. En déduire la nature de l'ensemble, et représenter cet ensemble.