1èreS

corrigé de l'évaluation n°4

Exercice 1

1. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{\pi}{3}+2k\pi \\ x=\pi-\frac{\pi}{3}+2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{\pi}{3}+2k\pi \\ x=\frac{2\pi}{3}+2k\pi \end{cases}$ dans $[0;2\pi[$, et donc pour $k=0$ dans les deux cas, on obtient $S=\left\{\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right\}$.
2. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{\pi}{4}+2k\pi \\ x=-\frac{\pi}{4}+2k\pi \end{cases}$ dans $]-\pi;\pi]$, et donc pour $k=0$ dans les deux cas, on obtient $S=\left\{-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right\}$.
3. $\sin(x+\frac{\pi}{4})=0 \Leftrightarrow \sin(x+\frac{\pi}{4})=\sin 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+\frac{\pi}{4}=2k\pi \\ x+\frac{\pi}{4}=\pi+2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{\pi}{4}+2k\pi \\ x=\frac{3\pi}{4}+2k\pi \end{cases}$.
4. $\cos x = \sin x \Leftrightarrow \cos x = \cos(\frac{\pi}{2}-x) \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{\pi}{2}-x+2k\pi \\ x=-(\frac{\pi}{2}-x)+2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=\frac{\pi}{2}+2k\pi \\ 0=-\frac{\pi}{2}+2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi$ dans $]-\pi;\pi]$, et donc pour $k=-1$ puis $k=0$ on obtient $S=\left\{-\frac{3\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right\}$.
   Remarque : Il y a d'autres façons de résoudre cette équation.
5. $\cos(2x+\pi)=\cos x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+\pi=x+2k\pi \\ 2x+\pi=-x+2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\pi+2k\pi \\ 3x=-\pi+2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\pi+2k\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+\frac{2k\pi}{3} \end{cases}$ dans $[0;2\pi[$, la première équation donne pour $k=1$, $x=\pi$ et la deuxième, pour $k=1$, 2 puis 3 , $x=\frac{\pi}{3}$, $x=\pi$, puis $x=\frac{5\pi}{3}$. Donc $S=\left\{\frac{\pi}{3};\pi;\frac{5\pi}{3}\right\}$.

Exercice 2

1. $A(x)=\cos x-\cos(\pi-x)+\sin(\frac{\pi}{2}+x) = \cos x-(-\cos x)+\cos x = 3\cos x$.
2. $B(x)=\sin(\pi+x)-2\cos(\frac{\pi}{2}-x)+3\sin(x+4\pi) = -\sin x-2\sin x+3\sin x = 0$.

Exercice 3

1. Il y a 6 façons de choisir une chaussette dans le premier tiroir donc l'arbre doit avoir 6 embranchement pour le premier nœud. Pour chaque choix d'une chaussette dans le premier tiroir, il y a 4 façons de choisir une chaussette dans le second. L'arbre représentant la situation doit donc avoir $6\times4=24$ branches. Remarque : On peut aussi faire un arbre pondéré ayant $3\times3=9$ branches.
2. a. Une seule branche, sur les 24 équiprobables, correspond à cet événement. La probabilité cherchée est donc $\frac{1}{24}$.
   b. 9 branches ($3\times2=6$ pour les chaussettes noires, $2\times1=2$ pour les bleues et une pour les beiges correspondent à cet événement. La probabilité cherchée est donc $\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$.