1èreS

corrigé de l'évaluation n°5

Exercice 1

1. $\vec{u}.\vec{v} = 3\times 2 = 6$.
2. $\vec{u}.\vec{v} = -3\times 4 = -12$.
3. $\vec{u}.\vec{v} = 3\sqrt{2}\times -\sqrt{2} = -6$.

Exercice 2

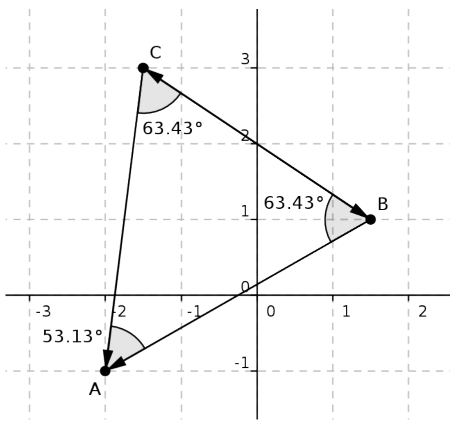
$(2\vec{u}-\vec{v}).(\vec{v}-\vec{u}) = 2\vec{u}.\vec{v}-\vec{v}^2-2\vec{u}^2+\vec{u}.\vec{v} = 3\times\frac{4}{3}-\sqrt{2}^2-2 = 0$. Donc les vecteurs $2\vec{u}-\vec{v}$ et $\vec{v}-\vec{u}$ sont orthogonaux.

Exercice 3

$\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2) = \frac{1}{2}(7+2\sqrt{3}-4-3) = \sqrt{3}$. Or $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos(\vec{u},\vec{v})$ donc $\cos(\vec{u},\vec{v}) = \frac{\vec{u}.\vec{v}}{\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$. Donc $\vec{u}.\vec{v} = \frac{\pi}{3}(2\pi)$.

Exercice 4

1. $\vec{BI}.\vec{BC} = (\vec{BA}+\vec{AI}).(\vec{BA}+\vec{AC}) = \vec{BA}^2+\vec{BA}.\vec{AC}+\vec{AI}.\vec{BA}+\vec{AI}.\vec{AC}$. Or, ABC est rectangle en A donc $\vec{BA}.\vec{AC} = \vec{AI}.\vec{BA} = 0$ et I est le milieu de $[AC]$ donc $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ et $\vec{AI}.\vec{AC} = \frac{1}{2}AC^2$. Donc $\vec{BI}.\vec{BC} = 5^2+\frac{1}{2}\times 5^2 = \frac{75}{2}$.
2. $\cos\widehat{CBI} = \frac{\vec{BI}.\vec{BC}}{\|\vec{BI}\|\times\|\vec{BC}\|}$. Or, $BC = \sqrt{5^2+5^2} = 5\sqrt{2}$ et $BI = \sqrt{5^2+(\frac{5}{2})^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ donc $\cos\widehat{CBI} = \frac{\frac{75}{2}}{5\sqrt{2}\times\frac{5\sqrt{5}}{2}} = \frac{3}{\sqrt{5}\sqrt{2}} \approx 0,95$ puis $\widehat{CBI} \approx 18,4°$.



Exercice 5

1. Voir ci-contre.
2. $\vec{BA}.\vec{BC} = (-2-\frac{3}{2})\times(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2})+(-1-1)\times(3-1) = \frac{13}{2}$ et $\vec{CA}.\vec{CB} = (-2+\frac{3}{2})\times(\frac{3}{2}+\frac{3}{2})+(-1-3)\times(1-3) = \frac{13}{2}$.
3.
4. $\vec{BA}.\vec{BC} = \vec{BH}.\vec{BC} = BH\times BC$ et $\vec{CA}.\vec{CB} = \vec{CH}.\vec{CB} = CH\times CB$, donc $BH\times BC = CH\times CB$ et donc $BH = CH$ et H est le milieu de $[BC]$. On a alors $H(0;2)$. Le pied de la hauteur issue de A est le milieu $[BC]$ donc ABC est isocèle en A .
5. $\cos\widehat{CBA} = \frac{\vec{BA}.\vec{BC}}{\|\vec{BA}\|\times\|\vec{BC}\|}$. $\|\vec{BA}\| = \frac{\sqrt{65}}{2}$ et $\|\vec{BC}\| = \sqrt{13}$ donc $\cos\widehat{CBA} = \frac{13}{\sqrt{65}\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \approx 0,45$ et par suite $\widehat{CBA} \approx 63,4°$. On a alors $\widehat{BCA} \approx 63,4°$ puis $\widehat{BCA} \approx 180-2\times 63,4 \approx 53,2°$