1èreS

corrigé de l'évaluation n°6

Exercice 1

1. Avec les notations usuelles, $AC^2 = b^2 = a^2+c^2-2ac\cos\hat{B} = 8^2+7^2-2\times8\times7\times\cos\frac{\pi}{4} = 113-56\sqrt{2}$ donc $AC = \sqrt{113-56\sqrt{2}} \approx 5{,}8$.
   $c^2 = a^2+b^2-2ab\cos\hat{C}$ donc $\cos\hat{C} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{128-56\sqrt{2}}{16\sqrt{113-56\sqrt{2}}} \approx 0{,}525$ puis $\hat{C} \approx 58{,}4°$.
   Et enfin $\hat{A}=180-\hat{B}-\hat{C} \approx 76{,}6°$.

Exercice 2

1. $1^2+2^2-8\times1+6\times2-9 = 0$, donc $A(1;2)\in(E)$.

2. $x^2+y^2-8x+6y-9 = 0 \Leftrightarrow x^2-8x+16-16+y^2+6y+9-9-9 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2+(y+3)^2 = 34$ donc, en posant $I(4;-3)$, $M(x;y)\in(E) \Leftrightarrow IM^2 = 34 \Leftrightarrow IM = \sqrt{34}$. Donc (E) est le cercle de centre I et de rayon $\sqrt{34}$.

3. Comme $A\in(E)$, la tangente t , à (E) passant par A est la droite perpendiculaire à (IA) passant par A , donc de vecteur normal $\overrightarrow{IA}$. Donc $M(x;y)\in t \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{IA} = 0$. Or on a $\overrightarrow{IA}(-3;5)$ et $\overrightarrow{AM}(x-1;y-2)$ donc $M(x;y)\in t \Leftrightarrow -3(x-1)+5(y-2) = 0 \Leftrightarrow -3x+5y-7 = 0$ qui est donc l'équation cherchée.

Exercice 3

$\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{3}\cos x + \sin\frac{\pi}{3}\sin x = \cos\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \cos(x-\frac{\pi}{3}) = \cos\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{4}+2k\pi \\ x-\frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4}+2k\pi \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12}+2k\pi \\ x = \frac{\pi}{12}+2k\pi \end{cases}$. Dans $[0;2\pi[$ on obtient donc $S = \left\{\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}\right\}$

Exercice 4

1. Contrôler un automobiliste est une épreuve de Bernoulli car il y a deux issue possibles. Contrôler 5 automobilistes successivement est donc un schéma de Bernoulli et la loi donnant le nombre de succés est une loi binomiale de paramètres 5 et $\frac{1}{3}$.
   $X = 0$ signifie que les 5 automobilistes arrêtés sont en règle. La probabilité qu'un automobiliste soit en règle est $\frac{2}{3}$ donc $p(X = 0) = (\frac{2}{3})^5 = \frac{32}{243}$. De même $p(X = 5) = (\frac{1}{3})^5 = \frac{1}{243}$.

2. Le nombre façons différentes d'avoir $X = 2$ est $\binom{5}{2} = 10$ donc $p(X = 2) = 10\times(\frac{2}{3})^{5-2}\times(\frac{1}{3})^2 = \frac{80}{243}$.

3. $E(X) = 5\times\frac{1}{3} = \frac{5}{3}$ et $V(X) = 5\times\frac{1}{3}\times(1-\frac{1}{3}) = \frac{10}{9}$.