1èreS

corrigé de du D.S. n°1

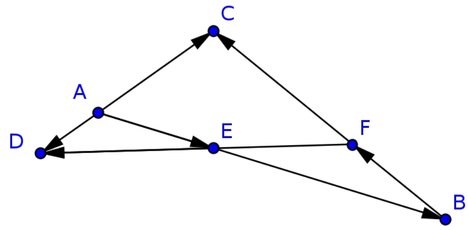
Exercice 1

1. $x^2-(-4)\times(-28)-7\times 16=0$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.
2. $\dfrac{4\sqrt{2}}{5}\times\dfrac{25}{4}-(-\dfrac{\sqrt{2}}{3})\times(-\dfrac{15}{2})=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\neq 0$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

Exercice 2

1. On a $\overrightarrow{EF}(9\,;-3)$ et $\overrightarrow{GH}(12\,;-4)$ puis $9\times(-4)-(-3)\times 12=0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$ sont colinéaires et les droites (EF) et (GH) sont parallèles.
2. On a $\overrightarrow{GL}(x+8\,;-4)$ donc les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GL}$ sont colinéaires si et seulement si $9\times(-4)-(-3)\times(x+8)=0 \Leftrightarrow 3x-12=0 \Leftrightarrow x=4$. Donc on a $L(4\,;-5)$ et donc L et H sont confondus, ce qui était prévisible.

Exercice 3



1. Voir ci-contre
   Pour le point F on a $3\overrightarrow{BF}=2\overrightarrow{FC} \Leftrightarrow 3(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CF})=2\overrightarrow{FC}$
   $\Leftrightarrow 3\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{FC}-3\overrightarrow{CF} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{BC}=5\overrightarrow{FC} \Leftrightarrow \overrightarrow{CF}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{CB}$
2. a. $\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AE}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BA}$

   b. $\overrightarrow{FD}=\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\dfrac{3}{5}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})-\overrightarrow{AC}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{BA}+\dfrac{9}{10}\overrightarrow{CA}$.
3. $\dfrac{3}{5}\div\dfrac{1}{3}=\dfrac{9}{5}$ et $\dfrac{9}{10}\div\dfrac{1}{2}=\dfrac{9}{5}$ donc $\overrightarrow{FD}=\dfrac{9}{5}\overrightarrow{ED}$ et les vecteurs $\overrightarrow{ED}$ et $\overrightarrow{FD}$ sont colinéaires.
4. On peut en déduire que les points D, E et F sont alignés.

Exercice 4

1. $x^2-5x+6=(x-\dfrac{5}{2})^2-\dfrac{25}{4}+6=(x-\dfrac{5}{2})^2-\dfrac{1}{4}$.
2. $x^2-5x+6=(x-\dfrac{5}{2})^2-\dfrac{1}{4}=(x-\dfrac{5}{2}-\dfrac{1}{2})(x-\dfrac{5}{2}+\dfrac{1}{2})=(x-3)(x-2)$. Donc
   $f(x)=0 \Leftrightarrow (x-3)(x-2)=0$ qui a deux solutions, $x_1=3$ et $x_2=2$.

Exercice 5

1. $S=x_1+x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}+\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=-\dfrac{b}{a}$ et $P=x_1x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\times\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{b^2-\Delta}{4a^2}=\dfrac{4ac}{4a^2}=\dfrac{c}{a}$.
2. a. $A=x_1^2+x_2^2=x_1^2+2x_1x_2+x_2^2-2x_1x_2=(x_1+x_2)^2-2P=S^2-2P$

   b. $B=(x_1-x_2)^2=x_1^2+x_2^2-2x_1x_2=A-2P=S^2-4P$

   c. $C=\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_2+x_1}{x_1x_2}=\dfrac{S}{P}$

   d. $D=\dfrac{1}{x_1-1}+\dfrac{1}{x_2-1}=\dfrac{x_2-1+x_1-1}{(x_1-1)(x_2-1)}=\dfrac{x_2+x_1-2}{x_1x_2-x_2-x_2+1}=\dfrac{S-2}{P-S+1}$.
3. Dans le cas de l'équation $2x^2+3x-1=0$, $S=-\dfrac{3}{2}$ et $P=-\dfrac{1}{2}$ donc :

   $A=S^2-2P=(-\dfrac{3}{2})^2-2\times(-\dfrac{1}{2})=\dfrac{13}{4}$

   $B=A-2P=\dfrac{13}{4}+1=\dfrac{17}{4}$

$C=\frac{S}{P}=-\frac{3}{2}\div(-\frac{1}{2})=3$

$D=\frac{S-2}{P-S+1}=\frac{-\frac{3}{2}-2}{-\frac{1}{2}-(-\frac{3}{2})+1}=\frac{-\frac{7}{2}}{2}=-\frac{7}{4}$

Exercice 6

$\begin{cases} xy=\frac{7}{2} \\ x-y=\frac{11}{6} \end{cases}$ La deuxième équation donne $x=\frac{11}{6}+y$, puis par substitution dans la première on obtient :

$(\frac{11}{6}+y)y=\frac{7}{2} \Leftrightarrow y^2+\frac{11}{6}y-\frac{7}{2}=0$. Pour cette dernière équation, $\Delta=\frac{625}{36}$ puis $y_1=-3$ et $y_2=\frac{7}{6}$.

Pour $y_1=-3$, on a $x_1=\frac{11}{6}-3=-\frac{7}{6}$ et pour $y_2=\frac{7}{6}$, on a $x_1=\frac{11}{6}+\frac{7}{6}=3$. Donc $S=\left\{(-\frac{7}{6};-3),(3,\frac{7}{6})\right\}$

Exercice 7

1. $4x^3-5x^2-9x=0 \Leftrightarrow x(4x^2-5x-9)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $4x^2-5x-9=0$. pour cette dernière équation, $\Delta=169$ puis $x_1=-1$ et $x_2=\frac{9}{4}$. Pour l'équation $4x^3-5x^2-9x=0$, on a donc $S=\{-1;0;\frac{9}{4}\}$.
2. Le trinôme $4x^2-5x-9$ a pour racines -1 et $\frac{9}{4}$ donc, $4x^2-5x-9=4(x+1)(x-\frac{9}{4})=(x+1)(4x-9)$. puis $P(x)=x(x+1)(4x-9)$.

Exercice 8

Notons x , le nombre de personnes. La part de chacun est donc de $\frac{30000}{x}$. S'il y avait 4 personnes de moins, la part de chacun serait de $\frac{30000}{x-4}$. On doit donc résoudre l'équation : $\frac{30000}{x-4}=\frac{30000}{x}+1250$.

$\frac{30000}{x-4}=\frac{30000}{x}+1250 \Leftrightarrow \frac{24}{x-4}=\frac{24}{x}+1 \Leftrightarrow \frac{24x}{x(x-4)}=\frac{24(x-4)}{x(x-4)}+\frac{x(x-4)}{x(x-4)} \Leftrightarrow 24x=24(x-4)+x(x-4)$

$\Leftrightarrow x^2-4x-96=0$. pour cette équation, $\Delta=400$ puis $x_1=-8$ et $x_2=12$.

On cherche un nombre positif, donc il y a 12 personnes. On a bien $\frac{30000}{12}=2500$ et

$\frac{30000}{8}=3750=2500+1250$.