

Partie II

Exercice 5 (5 points) *Configuration de Pappus*

L'objectif de l'exercice est de vérifier dans un cas particulier le résultat suivant :

Si A, B, et C d'une part et A', B' et C' d'autre part sont deux triplets de points alignés, alors les points formés par les intersections de (AB') et (A'B), (AC') et (A'C), puis (BC') et (B'C) sont aussi trois points alignés.

On considère les points A(-2 ; 1) , B(1 ; 2) , C(7 ; 4) , A'(0 ; -2) , B'(1 ; -2) et C'(5 ; -2).

1. Dans un repère du plan, placer ces différents points.

Vous pouvez observer les alignements attendus.

2. Vérifier que les points A, B et C sont alignés, ainsi que les points A', B' et C'.

3. a. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AC') et une équation de la droite (A'C).

b. En déduire les coordonnées du point E, intersection de (A'C) et (AC').

4. Procéder de la même façon pour déterminer les coordonnées du point F intersection de (BC') et (B'C).

5. Soit D le point d'intersection des droites (AB') et (A'B),

on admet qu'il a pour coordonnées, $D\left(\frac{1}{5}; -\frac{6}{5}\right)$.

Vérifier que le point D appartient à la droite (EF) puis conclure par rapport à l'objectif du problème.

Exercice 6 (4 points)

ABCD est un parallélogramme. M est un point de (BD), N est le symétrique de C par rapport à M.

La parallèle à (AB) passant par N coupe (AD) en P,

et la parallèle à (AD) passant par N coupe (AB) en Q.

1. Faites une figure. Que constatez-vous des points M, P et Q ?

2. On se place dans le repère $(A; \vec{AB}, \vec{AD})$.

Donnez les coordonnées des points A, B, C et D et une équation de la droite (BD).

3. On note m l'abscisse de M. Quelle est l'ordonnée de M ?

4. Démontrer que les coordonnées de N sont $(2m - 1; 1 - 2m)$.

5. En déduire les coordonnées de P et Q. Démontrer que (PQ) et (AC) sont parallèles.

6. Démontrer que M, P et Q sont alignés.