D.C. n°3	Mathématiques	1ère S
Durée : 2 h	*Trigonométrie, Fonctions de référence*	*6 décembre 2012*

Ce sujet est à traiter sur deux copies doubles:

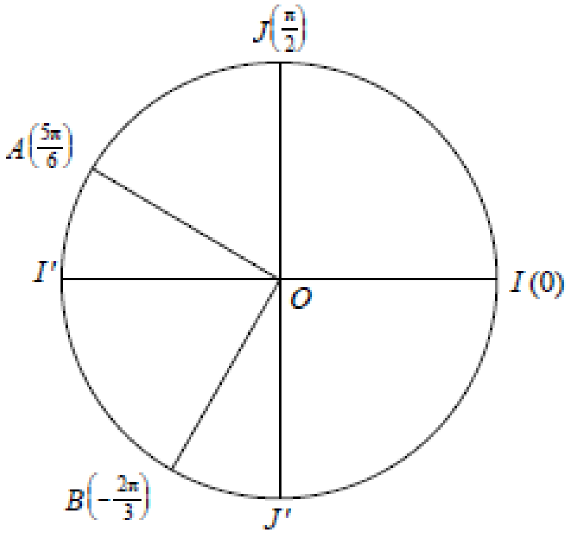
- **une pour les exercices 1 et 2**
- **une deuxième pour les exercices 3 ; 4 et 5**

Partie I

Exercice 1 (4 points)

Sur un cercle trigonométrique C, on considère les points A et B tels que :

$$(\overrightarrow{OI}\ ,\ \overrightarrow{OA}) = \frac{5\pi}{6} \quad \text{et} \quad (\overrightarrow{OI}\ ,\ \overrightarrow{OB}) = -\frac{2\pi}{3}.$$



Déterminer la mesure principale des angles suivants :

$$(\overrightarrow{OA}\ ,\ \overrightarrow{OJ'})\ ;\ (\overrightarrow{OJ}\ ,\ \overrightarrow{OB})\ ;\ (\overrightarrow{OA}\ ,\ \overrightarrow{OB})$$

$$(\overrightarrow{AO}\ ,\ \overrightarrow{OB})\ ;\ (\overrightarrow{OA}\ ,\ \overrightarrow{BO})\ ;\ (\overrightarrow{AO}\ ,\ \overrightarrow{BO})\ .$$

Exercice 2 (6 points) Distance d'un point à une courbe.

On désigne par ***C*** la courbe représentative de la fonction racine carrée dans un repère orthonormal.

Soit A le point de coordonnées (2 ; 0).

1. Tracer la courbe ***C***, puis, à l'aide d'une règle graduée, mesurer à 0,1 cm près la distance entre A et un point de ***C*** d'abscisse x avec x variant de 0 à 4 par pas de 0,5.
2. Démontrer que la distance entre le point A et un point $M(\ x\ ;\ \sqrt{x}\ )$ de la courbe C (avec $x \geq 0$) est donnée par : $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 4}$.
3. Soit ***u*** la fonction trinôme définie par $u(x) = x^2 - 3x + 4$. Mettre ***u***(x) sous forme canonique.
4. Déterminer les variation de la fonction ***u*** sur $[0\ ;\ +\infty[$ puis celles de la fonction ***f***.
5. Déduire de ce qui précède quel est le point de la courbe ***C*** le plus proche du point A.

Partie II

<u>Exercice 3</u> (4 points)

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x+3|+|1-2x|$.

1. Exprimez la fonction f sans utiliser le symbole « valeur absolue » puis donner son tableau de variations.
2. Représenter f dans un repère orthonormal.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 6$ puis vérifier les résultats obtenus sur le graphique.

<u>Exercice 4</u> (2 points)

1. Résoudre l'inéquation suivante : $|x-5| \geq 3$.
2. Résoudre l'équation suivante : $|x+1| = |x| + 1$.

<u>Exercice 5</u> (4 points)

Soit f et g les fonctions définies sur $[0 \; ; +\infty[$ par :

$f(x) = \sqrt{x}$ *et* $g(x) = x - 1$.

1. Représenter f et g dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O \; ; \vec{i} \; , \vec{j})$.
2. Résoudre graphiquement l'équation ***(E)*** : ***f(x) = g(x)***.
3. On veut résoudre algébriquement l'équation ***(E)***.

   a. Si cette équation a une solution, démontrer qu'elle est supérieure ou égale à 1.

   b. On suppose $x \geq 1$. Montrer alors que l'équation ***(E)*** est équivalente à l'équation $x = (x-1)^2$.

   c. En déduire la résolution de l'équation ***(E)***.