

<b>D.C. n°4</b>	<b>Mathématiques</b>	<b>1<sup>ère</sup> S</b>
Durée : 2 h	<i>Trigonométrie, Probabilités</i>	17 janvier 2012

**Ce sujet est à traiter sur deux copies doubles:**

- une pour les exercices 1 ; 2 ; 3 et 4
- une deuxième pour les exercices 5 ; 6 et 7

## Partie I

### Exercice 1 (2 points) *Vrai ou Faux*

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant :

1.  $\sin(2x) = 1 \Leftrightarrow \sin(x) = \frac{1}{2}$ .
2. Le réel  $\frac{-53\pi}{15}$  est solution de l'équation  $2\sin\left(x + \frac{\pi}{5}\right) - 1 = 0$ .

### Exercice 2 (3 points)

1. On donne  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ . Calculer la valeur exacte de  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ .
2. Exprimer  $\frac{11\pi}{12}$  en fonction de  $\frac{\pi}{12}$ , puis en utilisant les angles associés et la question 1., donner la valeur exacte de  $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$  et  $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ .
3. Mêmes questions pour  $\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right)$  et  $\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right)$ .

### Exercice 3 (3 points)

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\cos(x) = -\frac{1}{2}$ .
2. Placer sur le cercle trigonométrique les points associés aux solutions trouvées.
3. Donner les solutions appartenant à  $[-2\pi ; 4\pi]$ .

### Exercice 4 (3 points)

On donne l'équation **(E)** :  $\sin(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ .

1. Mettre l'équation **(E)** sous la forme  $\sin a = \sin b$ .
2. Résoudre l'équation **(E)** dans  $\mathbb{R}$ .
3. Donner les solutions de **(E)** appartenant à  $]-\pi ; \pi]$ .

## Partie II

### Exercice 5 (4 points)

On lance  $n$  dés ( $n \geq 1$ ). On note  $A$  l'événement « obtenir au moins un 6 ».

1. Décrire  $\bar{A}$ .
2. Exprimer en fonction de  $n$  la probabilité  $p(\bar{A})$ .
3. En déduire que  $p(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$ .
4. Recopier sur votre copie et compléter le tableau suivant:

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8
$p(A)$								

5. Combien de dés faut-il lancer pour que la probabilité d'obtenir au moins un six soit supérieur à  $\frac{3}{4}$ .

### Exercice 6 (2 points)

Soit  $X$  la variable aléatoire qui admet comme loi de probabilité :

$x_i$	-2	-1	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$a$	$\frac{1}{5}$	$a$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$

1. Déterminer  $a$ .
2. Déterminer l'espérance mathématique  $E(X)$  et la variance  $V(X)$  de de cette variable aléatoire.

### Exercice 7 (3 points)

On considère deux dés tétraédriques équilibrés dont les faces sont marquées :

$$-\frac{\pi}{2} ; -\frac{\pi}{3} ; \frac{\pi}{6} \text{ et } \frac{\pi}{3}.$$

On lance simultanément les deux dés, et on lit les résultats  $\alpha$  et  $\beta$  de leurs faces supérieures.

Soit  $X$  la variable aléatoire qui à chaque lancer associe la valeur  $\sin(\alpha+\beta)$ .

1. Quelles sont les valeurs prises par  $X$  ?
2. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
3. Calculer l'espérance mathématique et la variance de la variable aléatoire  $X$ .