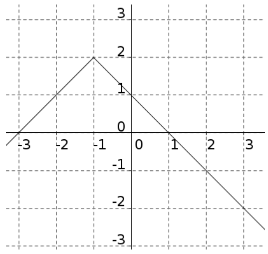
1èreS

corrigé de du D.C. n°5

Exercice 1

Q1 : $4\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{11}{4}$.   Q2 : $a<0$ et $\Delta>0$.   Q3 : $-\frac{3}{2}x^2+6x+2$ Q4 :



Exercice 2

1. L'équation est du second degré pour $m-1\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 1$.
2. Le discriminant du trinôme $(m-1)x^2-4mx+4m-1$ de variable x est $\Delta=(-4m)^2-4(m-1)(4m-1)=4(5m-1)$
   a. L'équation a une unique solution quand $\Delta=0 \Leftrightarrow m=\frac{1}{5}$.
   b. L'équation a deux solutions distinctes quand $\Delta>0 \Leftrightarrow m>\frac{1}{5}$.

Exercice 3

1. Il y a $154+34+54+75+35+15+4+4=375$ assurés dans cette compagnie.
2.

C	0	500	2000	2500	4000	6000	10 000	25 000
p	$\frac{154}{375}$	$\frac{34}{375}$	$\frac{54}{375}$	$\frac{75}{375}$	$\frac{35}{375}$	$\frac{15}{375}$	$\frac{4}{375}$	$\frac{4}{375}$

3. $E(C)=1820$ et $\sigma(C)\approx 3034$.
4. Pour que les comptes soient équilibrés, on doit avoir $E(c-C)=0$, où c représente la cotisation. Ceci amène $c=E(C)=1820€$.
5. Pour faire 50 € de bénéfice par assuré on doit avoir $E(c-C)=50$. Ceci amène $c=E(C)+50=1870€$.

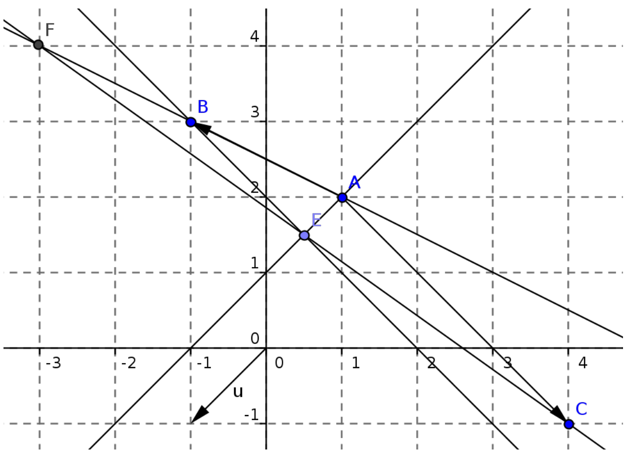
Exercice 4

1. Il s'agit de faire un arbre a 3 niveaux de nœud et ayant 2 branches à chaque nœud. Il aura donc en tout $2\times 2\times 2=8$ branches.
2. a. Le joueur gagne si la pièce retombe trois fois de suite du même côté, c'est-à-dire s'il obtient 3 fois « pile » ou 3 fois « face ».
   b. Le joueur gagne dans 2 cas sur 8 équibrobables, sa probabilité de gain est donc $\frac{1}{4}$ et la loi de X est :

X	-20	30
p	0,75	0,25

   c. $E(X)=-20\times 0.75+30\times 0,25=-7,5\neq 0$ donc le jeu n'est pas équitable.
   d. Pour que le jeu soit équitable on doit avoir, en appelant g le gain du joueur, $E(X)=0 \Leftrightarrow -20\times 0.75+g\times 0,25=0 \Leftrightarrow g=60$

Exercice 5



1. Voir ci-contre
2. On a $\overrightarrow{AB}(-1-1;3-2) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}(-2;1)$ et $\overrightarrow{AC}(4-1;-1-2) \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}(3;-3)$.
3. On a $\vec{u}(2\times(-2)+3;2\times 1-3) \Leftrightarrow \vec{u}(-1;-1)$.
   $M(x;y)\in(d) \Leftrightarrow -1(x-1)+1(y-2)=0$
   $\Leftrightarrow x-y+1=0$
   Qui est donc une équation cartésienne de (AC') .

4. En remplaçant x par $\frac{1}{2}$ dans l'équation de (d) on obtient $\frac{1}{2}-y+1=0 \Leftrightarrow y=\frac{3}{2}$. Donc on a $E(\frac{1}{2};\frac{3}{2})$.

5. a. Ona $\overrightarrow{BE}(\frac{3}{2};-\frac{3}{2})$

   b. Avec $M(x;y)$ on a $\overrightarrow{BM}(x+1;y-3)$ donc $M\in(BE) \Leftrightarrow \frac{3}{2}(x+1)+\frac{3}{2}(y-3)=0 \Leftrightarrow x+y-2=0$

6. a. $M(x;y)\in(AB) \Leftrightarrow (x-1)+2(y-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-5=0$

   b. Ona $\overrightarrow{CE}(-\frac{7}{2};\frac{5}{2})$ donc $M(x;y)\in(CE) \Leftrightarrow \frac{5}{2}(x-4)+\frac{7}{2}(y+1)=0 \Leftrightarrow 5x+7y-13=0$.

   c. Les coordonnées de F vérifient le système $\begin{cases} x+2y-5=0 \\ 5x+7y-13=0 \end{cases}$ qui donne $x=-3$ et $y=4$. Donc on a $F(-3;4)$.

7. a. On a $\overrightarrow{AF}(-3-1;4-2) \Leftrightarrow \overrightarrow{AF}(-4;2)$ donc $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{AB}$ et B est le milieu de $[AF]$.

   b. On a $\overrightarrow{AC}(3;-3)$ et $\overrightarrow{BE}(\frac{3}{2};-\frac{3}{2})$ donc $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{BE}$ puis $\overrightarrow{FC}=\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{FB}+2\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{FE}$ donc E est lemilieu de $[BF]$.

Exercice 6

1. a. $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA'}+\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{OA'}+\overrightarrow{A'C}$ or A' est le milieu de $[BC]$ donc $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{A'C}=\vec{0}$ et par suite $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OA'}$.

   b. $\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC} \Leftrightarrow \overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{OA'}$.

   c. $\overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{OA'}$ donc (AH) et (OA') sont parallèles. (OA') est perpendiculaire à (BC) car c'est la médiatrice de $[BC]$ donc (AH) est perpendiculaire à (BC).

   d. On a de la même façon, $\overrightarrow{BH}=2\overrightarrow{OB'}$ donc (BH) est perpendiculaire à (AC).

   e. (AH) et (BH) sont des hauteurs de ABC donc H est l'orthocentre de ABC.

2. a. $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{A'C}=\vec{0}$ donc $2\overrightarrow{GA'}=\overrightarrow{GA'}+\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{GA'}+\overrightarrow{A'C}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}$ et par suite :
   $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AG}=2(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GA'}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AG}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

   b. $\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{GC}=3\overrightarrow{OG}$.

   c. $\overrightarrow{OH}=3\overrightarrow{OG}$ donc les point O, G et H sont alignés.

Exercice 7

- 2013 a 3 pour chiffre des unités donc $f(2013)=0$.
- $f(2011\times 3)=f(2011)+f(3)=f(6033)$ or $f(6033)=f(3)=0$ donc $f(2011)=0$.
- $f(2012)=f(4\times 503)=f(4)+f(503)=f(2\times 2)+f(503)=2f(2)+f(503)$. Or $f(30)=f(2\times 15)=f(2)+f(15)$ et $f(30)=f(3\times 10)=f(3)+f(10)=0$ donc $f(2)+f(15)=0$ et comme $f(2)\geq 0$ et $f(15)\geq 0$ on a donc $f(2)=f(15)=0$ et par suite, $f(2012)=0$.
- $f(2014)=f(2\times 1007)=f(2)+f(1007)=f(1007)$ or $f(9063)=0$ et $f(9063)=f(9)+f(1007)$. Il en découle que $f(9)=f(1007)=0$ donc $f(2014)=0$.