

D.C. n°6	Mathématiques	1^{ère} S
Durée : 2 h	<i>Produit scalaire, Dérivation, Suites</i>	28 mars 2013

Ce sujet est à traiter sur deux copies doubles:

- une pour les exercices 1 ; 2 ; 3 et 4
- une deuxième pour les exercices 5 ; 6 et 7

Partie I

Exercice 1 (2 points)

Montrer, à l'aide d'une limite, que la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{0\}$ par $f(x) = \frac{1}{x^2}$ est dérivable en 1 puis déterminer $f'(1)$.

Exercice 2 (3 points)

Calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 4x^2 - 3x + 1$.
2. $g(x) = (2x + 3)(3x - 7)$.
3. $h(x) = \frac{2x + 4}{3x - 1}$ pour $x \neq \frac{1}{3}$.

Exercice 3 (2 points)

La suite (u_n) est définie sur \mathbb{N} par $u_n = n^2 - 3n + 4$.

1. Calculer les termes u_0, u_1, u_2, u_2, u_3 et u_4 .
2. Déterminer le(s) entier(s) n tels que $u_n = 32$.

Exercice 4 (2 points)

Soit (V_n) la suite définie sur \mathbb{N} par: $V_0 = 8$; $V_1 = 4$

$$\text{et } V_{n+2} = 2 \times V_{n+1} + V_n.$$

Calculer V_2, V_3, V_4 et V_5 .

Partie II

Exercice 5 (4 points)

$ABCD$ est un rectangle de dimensions $AB = 3$ et $AD = 6$.

E et F sont les projetés orthogonaux de A et C sur la droite (BD) .

1. Calculer de deux façons : $\vec{BD} \cdot \vec{AC}$.
2. Calculer BD puis EF .

Exercice 6 (4 points)

Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 10$ et $AD = 3$. M est un point du segment $[AB]$ et on note $AM = x$.

1. Démontrer que $\vec{DM} \cdot \vec{AC} = 10x - 9$.
2. Pour quelle valeur de x les droites (DM) et (AC) sont-elles orthogonales ?
3. Démontrer que $\vec{MD} \cdot \vec{MC} = x^2 - 10x + 9$.
4. Pour quelle(s) valeur(s) de x le triangle DMC est-il rectangle en M ?

Exercice 7 (3 points)

L'objectif de l'exercice est de démontrer que les trois hauteurs d'un triangle ABC sont concourantes.

1. Démontrer que pour tout point M du plan, on a $\vec{AM} \cdot \vec{BC} + \vec{BM} \cdot \vec{CA} + \vec{CM} \cdot \vec{AB} = 0$.
2. Soit H le point d'intersection des hauteurs issues de A et de B .

Démontrer à l'aide de la formule précédente que la hauteur issue de C passe par H .

Conclure.